

平成 22 年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ 数 学

注 意 事 項

- 1 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題は 問 6 まであり、1 ページから 6 ページに印刷されています。
- 3 計算は、あいているところを使い、答えは、解答用紙の決められた欄^{らん}に書き入れなさい。
- 4 答えに根号がふくまれるときは、根号の中は最も小さい自然数にきなさい。
また、分母に根号がふくまれるときは、分母に根号をふくまない形にしておきなさい。
- 5 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。
- 6 終了の合図があったら、すぐに解答をやめなさい。

受 検 番 号

番

問1 次の問いに答えなさい。

(ア) $(-2xy)^2 \div 6xy^2 \times (-\frac{4}{3}x^2y)$ を計算しなさい。

(イ) $\frac{2}{\sqrt{8}} + \sqrt{72}$ を計算しなさい。

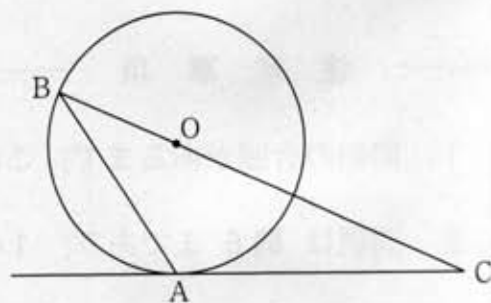
(ウ) $a^3b - a^2b - 12ab$ を因数分解しなさい。

(エ) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ \frac{-3x + 2y}{5} = -2 \end{cases}$$

(オ) 右の図において、2点A, Bは円Oの周上の点であり、点Cは点Aにおける円Oの接線と線分BOの延長との交点である。

$\angle ACB = 24^\circ$ のとき、 $\angle ABC$ の大きさを求めなさい。



(カ) 底面の半径が 1 cm、母線の長さが 4 cm である円すいについて、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(i) 表面積を求めなさい。

(ii) 体積を求めなさい。

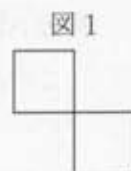
--	--

問2 次の問いに答えなさい。

(ア) 1から6までの目のでる大、小2つのさいころを同時に1回投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。このとき、 $\frac{b}{a}$ が素数となる確率を求めなさい。ただし、大、小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(イ) 関数 $y = ax^2$ について、 $x = -2$ のとき $y = -4$ である。この関数の x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(ウ) 右の図1は、1つの正方形において、1つの頂点が対称の中心となるように点対称な図形をかいたものである。このとき、対称の中心となっている頂点を「連結状態」と呼ぶことにする。



最初に、正方形を1つかき内部を黒く塗りつぶす。さらに、次の操作を n 回繰り返す。ただし、 n は自然数とする。

【操作】 すでにかいた内部が黒く塗りつぶされた正方形のすべての頂点が「連結状態」となるように、正方形をかき加え内部を黒く塗りつぶす。このとき、かき加える正方形の個数は最も少なくなるようにする。

次の表は、 $n = 1, 2$ のときの図と黒く塗りつぶされた正方形の個数を示したものである。

n の値	1	2
図		
黒く塗りつぶされた正方形の個数(個)	5	13

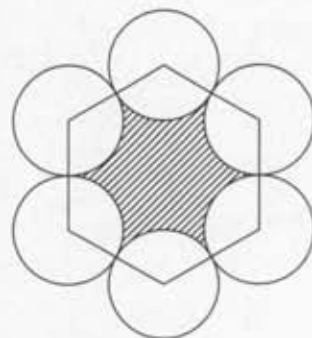
(i) $n = 4$ のとき、黒く塗りつぶされた正方形の個数を求めなさい。

(ii) 黒く塗りつぶされた正方形の個数が313のとき、 n の値を求めなさい。

(エ) 右の図2は、1辺の長さが2cmの正六角形の各頂点を中心として半径1cmの円をかいたものである。

図2

このとき、6つの円で囲まれた斜線部分の面積を求めなさい。



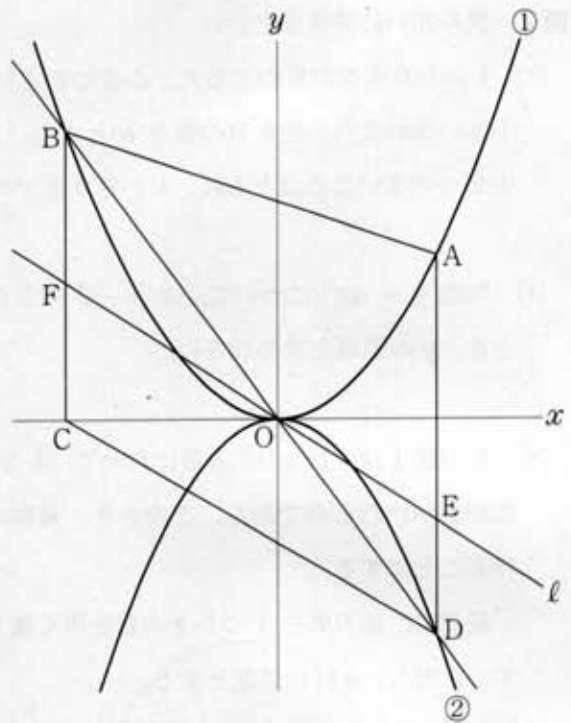
問3 右の図において、点Oは原点であり、曲線①は関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ、曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。ただし、 $a < 0$ とする。

2点A, Bはともに曲線①上の点で、点Aのx座標は3であり、点Bのx座標は-4である。

また、点Cはx軸上の点で、線分BCはy軸に平行である。

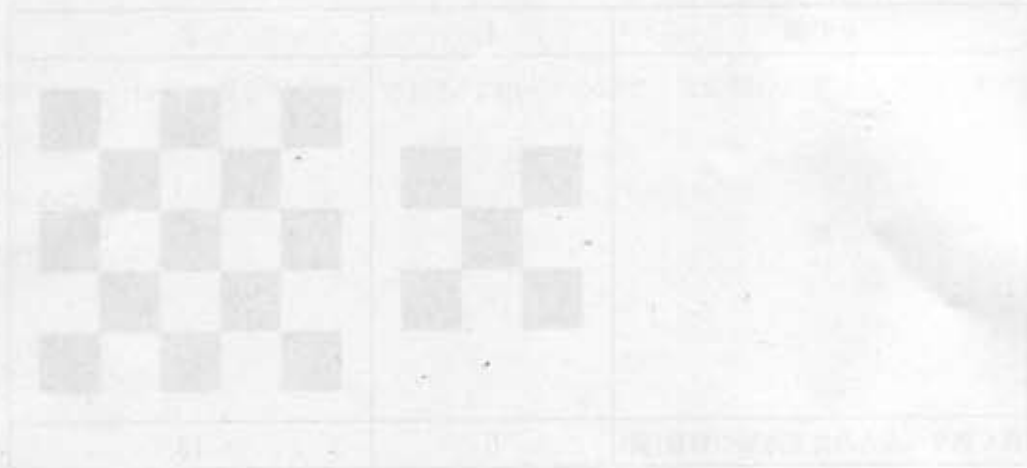
さらに、点Dは曲線②と直線OBとの交点で、線分ADはy軸に平行である。

このとき、次の問いに答えなさい。



(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 l は、原点Oを通り、線分AD、線分BCとそれぞれ点E、点Fで交わっている。台形CDEFの面積が台形ABCDの面積の $\frac{3}{8}$ 倍のとき、直線 l の傾きを求めなさい。

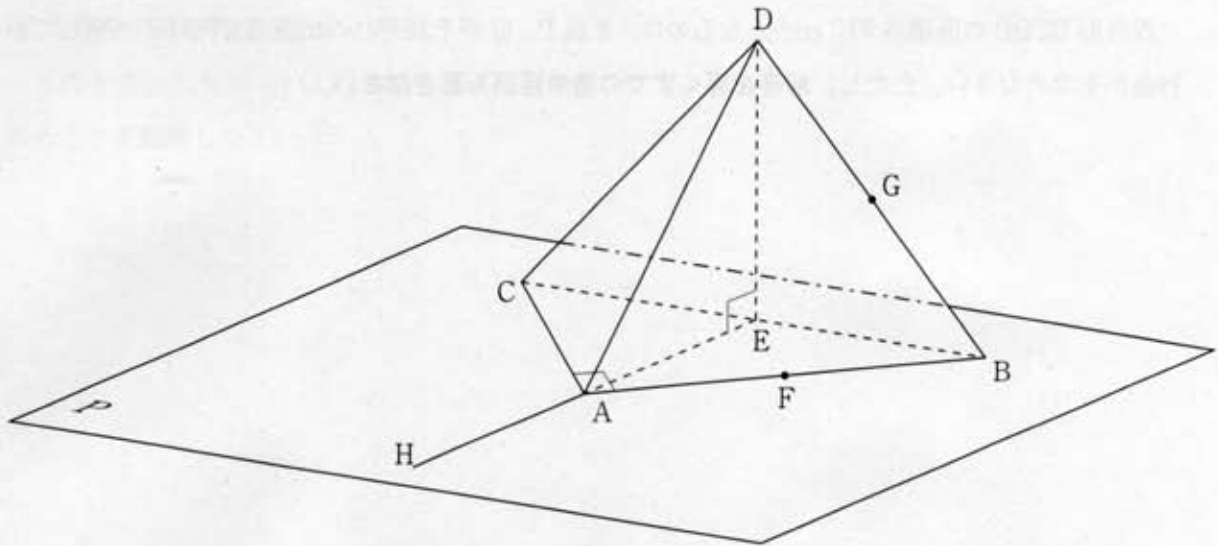


問4 下の図のように、 $AB = AC = 4\text{ cm}$ 、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC を底面とし、点 D を頂点とする三角すいが、平面 P 上に置かれている。 $BD = CD = 4\text{ cm}$ であり、点 E は線分 BC の中点で、 $\angle AED = 90^\circ$ である。

また、点 F は線分 AB の中点であり、点 G は線分 BD の中点である。

さらに、点 H は線分 EA を点 A の方向に延ばした直線上の点で、 $EA = AH$ である。

このとき、あとの問いに答えなさい。



(ア) この三角すいにおいて、点 I は線分 CD 上を動く点である。

線分 AI の長さ と 線分 EI の長さ の和が最も小さくなるとき、この2つの線分の長さの和を求めなさい。

(イ) この三角すいにおいて、点 J は線分 AC 上を動く点であり、直線 HJ と線分 BC との交点を K とする。

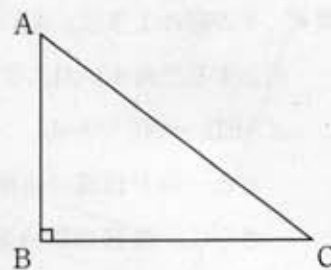
点 J が線分 AC の中点になるとき、三角形 FGK の面積を求めなさい。

問5 右の図は、 $AB = 30$ cm, $BC = 40$ cm, $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形 ABC である。

点 P は点 A を出発点とし、辺 AB 上を点 B に向かって毎秒 6 cm の速さで進み、点 Q は点 C を出発点とし、辺 CA 上を点 A に向かって毎秒 5 cm の速さで進む。

2 点 P, Q はそれぞれの出発点を同時に出発し、点 P が点 B に着いたとき 2 点 P, Q は同時に止まる。

四角形 BCQP の面積が 312 cm^2 となるのは、2 点 P, Q がそれぞれの出発点を同時に出発してから何秒後かを求めなさい。ただし、解答を導くまでの途中経過も書きなさい。

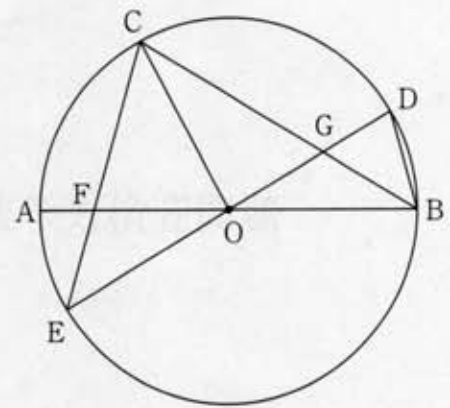


問6 右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、2 点 A, B とは異なる点 C を $\angle AOC$ が鋭角となるようにとり、点 A をふくまない \widehat{BC} 上に点 D を $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOC$ となるようにとる。

また、線分 DO の延長と円 O との交点で、点 D とは異なる点を E とする。

さらに、線分 AB と線分 CE との交点を F、線分 BC と線分 DE との交点を G とする。

このとき、三角形 CFO と三角形 BDG が相似であることを証明しなさい。



(問題は、これで終わりです。)