Y

横浜翠嵐高校

平成22年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ 数学

注意事項

1 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2 問題は **問6** まであり，1ページから6ページに印刷されています。

3 計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄(らん)に書き入れなさい。

4 答えに根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしておきなさい。

5 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

6 終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

受検番号	番

数学

問1　次の問いに答えなさい。

(ア)　$3x^2y^3 \div \frac{3}{2}x^5y \times (-2x^3)$ を計算しなさい。

(イ)　$\left(\frac{14}{\sqrt{28}}+\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)\times\frac{3\sqrt{2}}{5}$ を計算しなさい。

(ウ)　2次方程式 $4(x-3)(x+1)=x(3x-7)$ を解きなさい。

(エ)　側面の面積が底面の面積の $\frac{13}{5}$ 倍である円すいがある。この円すいの高さは底面の半径の何倍かを求めなさい。

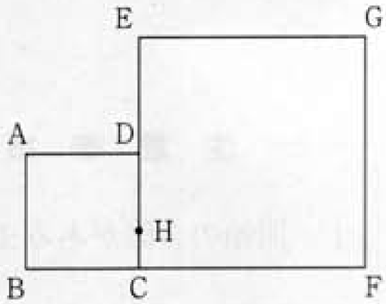
(オ)　右の図において，四角形 ABCD は一辺の長さが 10 m の正方形であり，四角形 ECFG は一辺の長さが 20 m の正方形である。点 D は線分 CE 上の点であり，点 H は線分 CD 上の点である。

点 P は点 A を出発点として，正方形 ABCD の辺上を反時計回りに一定の速さで動く。また，点 Q は点 G を出発点として，正方形 ECFG の辺上を反時計回りに一定の速さで動く。

点 P と点 Q が同時に出発し，それぞれの出発点に初めて戻る前に，点 P と点 Q は点 H を同時に通過した。2 回目に点 P と点 Q が同時に点 H を通過するまでに，点 P は点 D を 14 回通過し，点 Q は点 C を 11 回通過した。

点 P と点 Q が出発してから初めて点 H を同時に通過するまでにかかった時間は 20 秒であった。

このとき，点 P の速さは毎秒何 m かを求めなさい。



(カ)　n は 2 以上の自然数である。n^2-1 が 1260 の約数となるような n をすべて求めなさい。

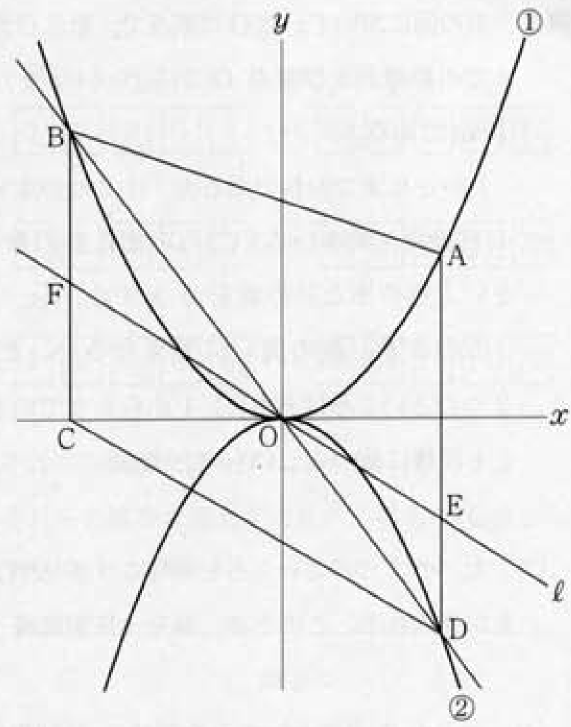
問2 右の図において，点Oは原点であり，曲線①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし，$a<0$ とする。

2点A，Bはともに曲線①上の点で，点Aのx座標は3であり，点Bのx座標は-4である。

また，点Cはx軸上の点で，線分BCはy軸に平行である。

さらに，点Dは曲線②と直線OBとの交点で，線分ADはy軸に平行である。

このとき，次の問いに答えなさい。



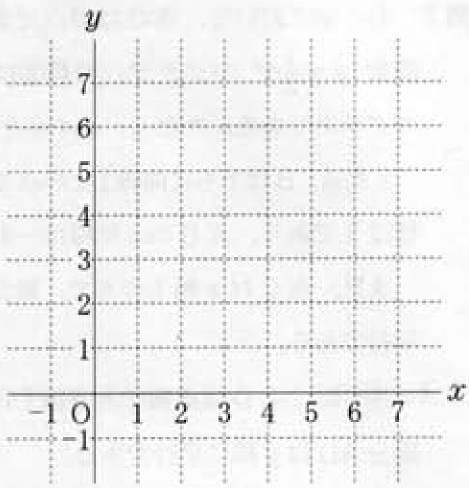
(ア) 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 ℓ は，原点Oを通り，線分AD，線分BCとそれぞれ点E，点Fで交わっている。台形CDEFの面積が台形ABCDの面積の $\frac{3}{8}$ 倍のとき，直線 ℓ の傾きを求めなさい。

問3 右の図において，点Oは原点で，原点Oから点（1，0）までの距離および原点Oから点（0，1）までの距離は1 cmである。

1から6までの目の出る大，小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



(ア) 大，小2つのさいころを同時に1回投げ，図に直線 $y=x+\frac{1}{2}$，点A(1，1）および点B(a，b)をかき入れる。このとき，線分ABが直線 $y=x+\frac{1}{2}$ と交わる確率を求めなさい。

(イ) 大，小2つのさいころを同時に1回投げ，図に直線 $y=ax$ および直線 $y=2x$ をかき入れる。直線 $y=ax$ 上にあり，x 座標が a である点をCとし，直線 $y=2x$ 上にあり，x 座標が b である点をDとする。このとき，点Cの y 座標が点Dの y 座標より小さくなる確率を求めなさい。

(ウ) 大，小2つのさいころを同時に1回投げ，図に $y=\frac{a}{x}$ のグラフおよび直線 $y=\frac{b}{7}x$ をかき入れる。$y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にあり，x 座標が a である点をEとし，直線 $y=\frac{b}{7}x$ 上にあり，y 座標が b である点をFとする。このとき，線分EFの長さが5 cmより長くなる確率を求めなさい。

問4　1 から 72 までの異なる整数が 1 つずつ書かれた 72 枚のカードが 3 組ある。この 3 組のカードが図 1 のように，書かれた数が小さい順に左から横一列に並べられており，上から順番にカードの列をそれぞれ列 A，列 B，列 C と呼ぶことにする。

　これらの列に対して，次の操作①または操作②を何回か行う。

図 1

列 A

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\cdots\boxed{68}\boxed{69}\boxed{70}\boxed{71}\boxed{72}$

列 B

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\cdots\boxed{68}\boxed{69}\boxed{70}\boxed{71}\boxed{72}$

列 C

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\cdots\boxed{68}\boxed{69}\boxed{70}\boxed{71}\boxed{72}$

①　列 A の右端から n 枚のカードを，列 A の左側にそれらの順番を変えずに並べる。

②　列 B の右端から ℓ 枚のカードを，列 B の左側にそれらの順番を変えずに並べ，列 C の右端から m 枚のカードを，列 C の左側にそれらの順番を変えずに並べる。

例

・　図 1 の状態で，$n = 3$ とし操作①を 1 回行うと，図 2 のようになる。

図 2

列 A

$\boxed{70}\boxed{71}\boxed{72}\boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{65}\boxed{66}\boxed{67}\boxed{68}\boxed{69}$

・　図 1 の状態で，$n = 3$ とし操作①を 3 回行うと，図 3 のようになる。

図 3

列 A

$\boxed{64}\boxed{65}\boxed{66}\boxed{67}\boxed{68}\cdots\boxed{59}\boxed{60}\boxed{61}\boxed{62}\boxed{63}$

・　図 1 の状態で，$\ell = 2$，$m = 5$ とし操作②を 3 回行うと，図 4 のようになる。

図 4

列 B

$\boxed{67}\boxed{68}\boxed{69}\boxed{70}\boxed{71}\cdots\boxed{62}\boxed{63}\boxed{64}\boxed{65}\boxed{66}$

列 C

$\boxed{58}\boxed{59}\boxed{60}\boxed{61}\boxed{62}\cdots\boxed{53}\boxed{54}\boxed{55}\boxed{56}\boxed{57}$

このとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　図 1 の状態で，$n = 4$ とし操作①を 12 回行った。このとき，列 A の左端にあるカードに書かれた数を求めなさい。

(イ)　図 1 の状態で，$n = 20$ とし操作①を行う。45 が書かれたカードが，初めて列 A の左端にくるまで，操作①は何回必要かを求めなさい。

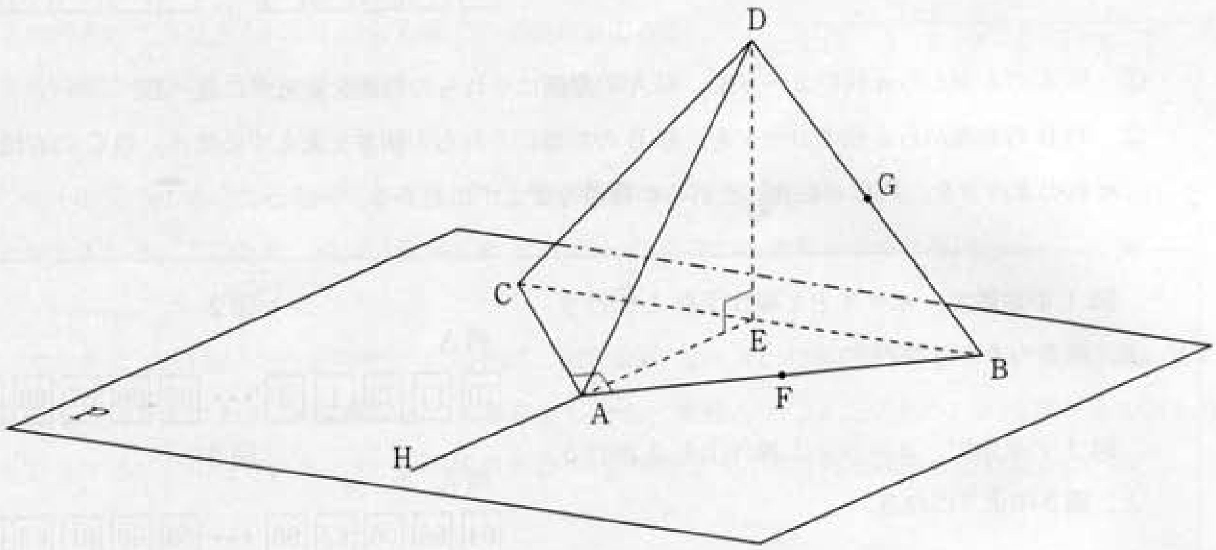
(ウ)　図 1 の状態で，$\ell = 32$，$m = 42$ とし操作②を行う。列 B の左端にあるカードと列 C の左端にあるカードが，両方とも 1 が書かれたカードになるまで，操作②は最低何回必要かを求めなさい。ただし，操作②は 1 回以上行うこととする。

問5　下の図のように，AB = AC = 4 cm，∠BAC = 90° の直角二等辺三角形 ABC を底面とし，点 D を頂点とする三角すいが，平面 P 上に置かれている。BD = CD = 4 cm であり，点 E は線分 BC の中点で，∠AED = 90° である。

また，点 F は線分 AB の中点であり，点 G は線分 BD の中点である。

さらに，点 H は線分 EA を点 A の方向に延ばした直線上の点で，EA = AH である。

このとき，あとの問いに答えなさい。



(ア) この三角すいにおいて，点 I は線分 CD 上を動く点である。

線分 AI の長さと線分 EI の長さの和が最も小さくなるとき，この 2 つの線分の長さの和を求めなさい。

(イ) この三角すいにおいて，点 J は線分 AC 上を動く点であり，直線 HJ と線分 BC との交点を K とする。

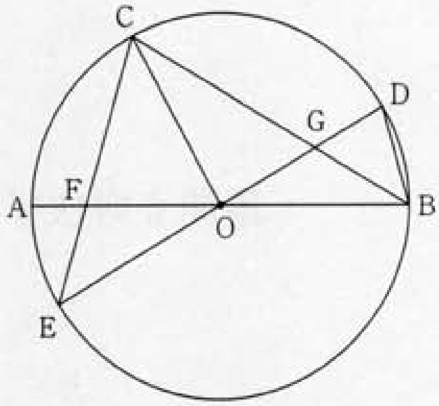
点 J が線分 AC の中点になるとき，三角形 FGK の面積を求めなさい。

問 6　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に，2 点 A，B とは異なる点 C を $\angle AOC$ が鋭角となるようにとり，点 A をふくまない $\overset{\frown}{BC}$ 上に点 D を $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOC$ となるようにとる。

また，線分 DO の延長と円 O との交点で，点 D とは異なる点を E とする。

さらに，線分 AB と線分 CE との交点を F，線分 BC と線分 DE との交点を G とする。

このとき，三角形 CFO と三角形 BDG が相似であることを証明しなさい。



（問題は，これで終わりです。）