湘南高校

S

平成22年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ　数　　学

注　意　事　項

1　開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2　問題は **問6** まであり，1ページから6ページに印刷されています。

3　計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄(らん)に書き入れなさい。

4　答えに根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしておきなさい。

5　答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

6　終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

数学

受 検 番 号	番

問１ 次の問いに答えなさい。

(ア) $(a+1)(a-2)-\dfrac{(2a-1)^2}{4}$ を計算しなさい。

(イ) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{12}}{3}+\sqrt{27}$ を計算しなさい。

(ウ) 絶対値が $2\sqrt{2}$ より小さい整数は何個あるかを求めなさい。

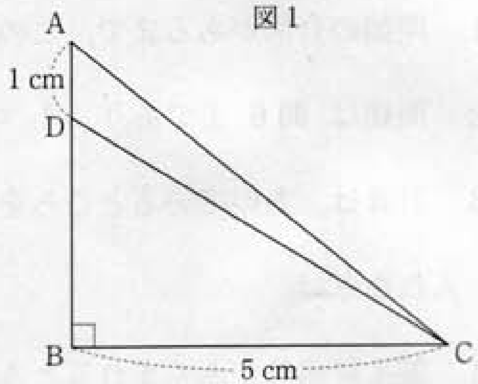
(エ) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{4}y=4 \\ -0.2x+0.5y=-2 \end{cases}$$

(オ) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$x(x-y)-y(y-x)$ の値を求めなさい。

(カ) 右の図１において，三角形ABCはBC = 5 cm，∠ABC = 90° の直角三角形であり，点Dは辺AB上の点で，AD = 1 cm である。三角形ABCを辺ABを軸として１回転させたときにできる立体の体積から，三角形DBCを辺DBを軸として１回転させたときにできる立体の体積を引いた差を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

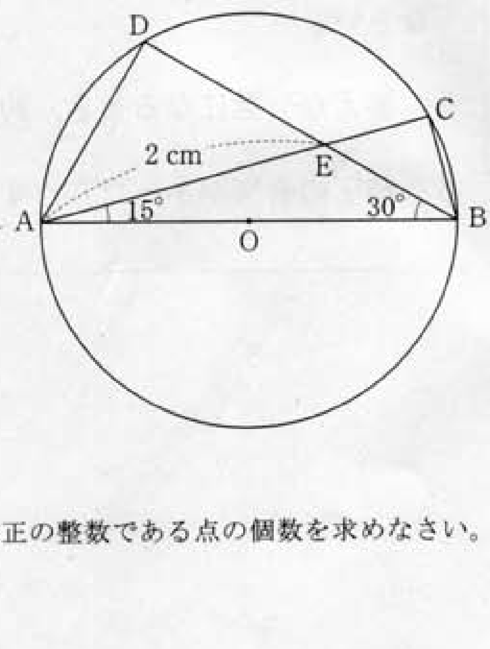
図１



(キ) 右の図２において，線分ABは円Oの直径である。点Cは円Oの周上の点であり，点Dは点Bをふくまない $\overset{\frown}{AC}$ 上の点である。点Eは線分ACと線分BDとの交点である。

∠ABD = 30°，∠BAC = 15°，AE = 2 cm のとき，三角形BCEの面積を求めなさい。

図２



(ク) 直線 $y=-\dfrac{3}{2}x+100$ 上の点で，x 座標，y 座標がともに正の整数である点の個数を求めなさい。

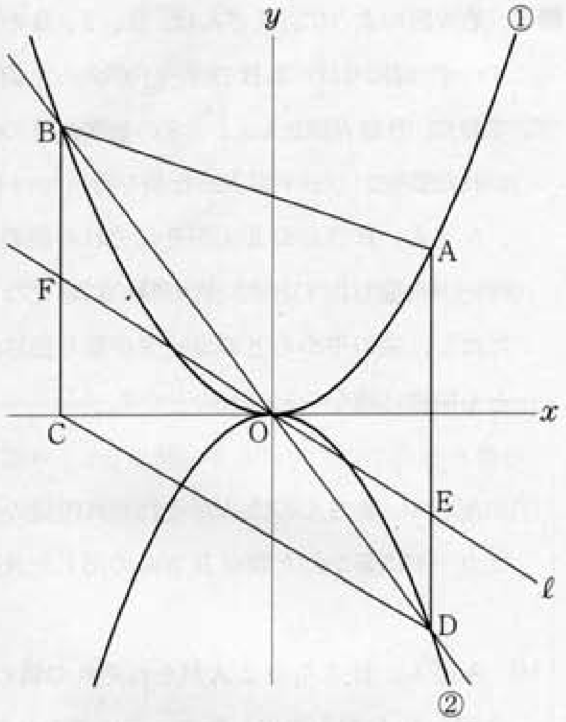
問2 右の図において，点Oは原点であり，曲線①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし，$a<0$とする。

2点A，Bはともに曲線①上の点で，点Aのx座標は3であり，点Bのx座標は-4である。

また，点Cはx軸上の点で，線分BCはy軸に平行である。

さらに，点Dは曲線②と直線OBとの交点で，線分ADはy軸に平行である。

このとき，次の問いに答えなさい。

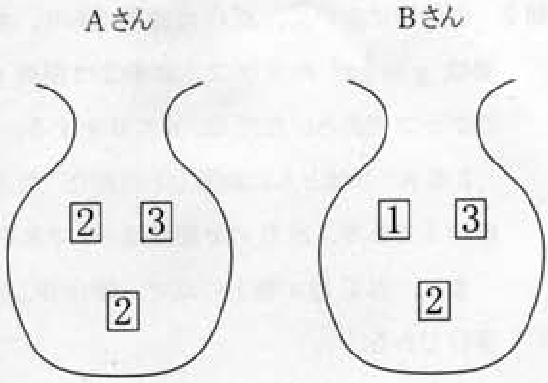


(ア) 曲線②の式 $y=ax^2$ のaの値を求めなさい。

(イ) 直線ℓは，原点Oを通り，線分AD，線分BCとそれぞれ点E，点Fで交わっている。台形CDEFの面積が台形ABCDの面積の$\frac{3}{8}$倍のとき，直線ℓの傾きを求めなさい。

問3　右の図のように，Aさんは，2，2，3の数字が1つずつ書かれた3枚のカードが入った袋を持っており，Bさんは，1，2，3の数字が1つずつ書かれた3枚のカードが入った袋を持っている。

Aさん，Bさんの2人がそれぞれの袋の中からカードを取り出すとき，次の問いに答えなさい。ただし，袋の中からどのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



(ア)　Aさん，Bさんの2人がそれぞれの袋の中からカードを同時に1枚ずつ取り出すとき，Aさんの出したカードに書かれた数がBさんの出したカードに書かれた数より大きくなる確率を求めなさい。

(イ)　Aさん，Bさんの2人がそれぞれの袋の中からカードを同時に1枚ずつ続けて2回取り出すとき，2回ともAさんの出したカードに書かれた数がBさんの出したカードに書かれた数より大きくなる確率を求めなさい。ただし，取り出したカードは袋に戻さないものとする。

問4 次の問いに答えなさい。

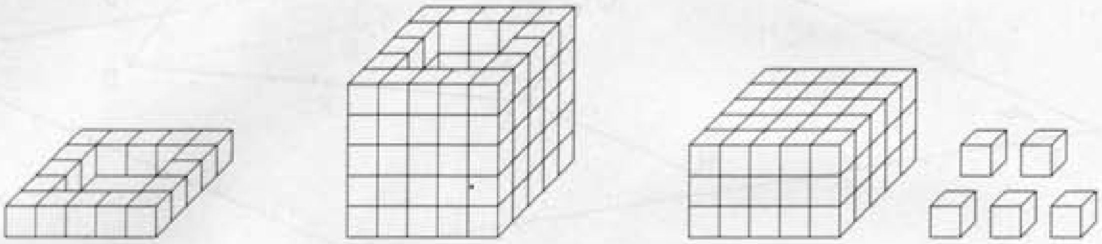
(ア) 1 辺の長さが 1 cm の立方体のブロックがたくさんある。このブロックを 1 辺の長さが n cm の正方形の上に，正方形の辺にそってすき間なく並べ，縦 n cm，横 n cm，高さ 1 cm の囲いを作る。この囲いを n 個作り，これらすべての囲いを積み上げ，高さ n cm の囲いを作る。その後，この囲いに次の〈操作〉を行う。

〈操作〉 囲いのブロックだけを使い，縦 n cm，横 n cm で，高さが最大となるように直方体を作る。ただし，ブロックはすき間なく積み上げるものとする。

例

$n = 5$ のとき，図 1 のような，縦 5 cm，横 5 cm，高さ 1 cm の囲いを作る。この囲いを 5 個作り，この 5 個の囲いを積み上げ，図 2 のような高さ 5 cm の囲いを作る。その後，この囲いに〈操作〉を行うと図 3 のようになり，囲いのブロックは 5 個余った。

図 1　　図 2　　図 3



いま，縦 n cm，横 n cm，高さ n cm の囲いに〈操作〉を行ったところ，囲いのブロックは 165 個余った。

このとき，n の値を求めなさい。

(イ) 2 点 P，Q は数直線上を原点 O を出発点として，正の方向に進む。

点 P は最初の 1 秒間は毎秒 1 m の速さ，次の 1 秒間は毎秒 2 m の速さ，その次の 1 秒間は毎秒 3 m の速さ，…… のように 1 秒ごとに速さを毎秒 1 m ずつ増して進むものとする。点 Q は出発してからの時間を x 秒，その間に進んだ距離を y m とすると，$y = 2x^2$ の関係を満たしながら進むものとする。

いま，点 P が出発して 2 秒後に点 Q が出発したところ，点 Q が出発して x 秒後に，点 Q は点 P に追いついた。

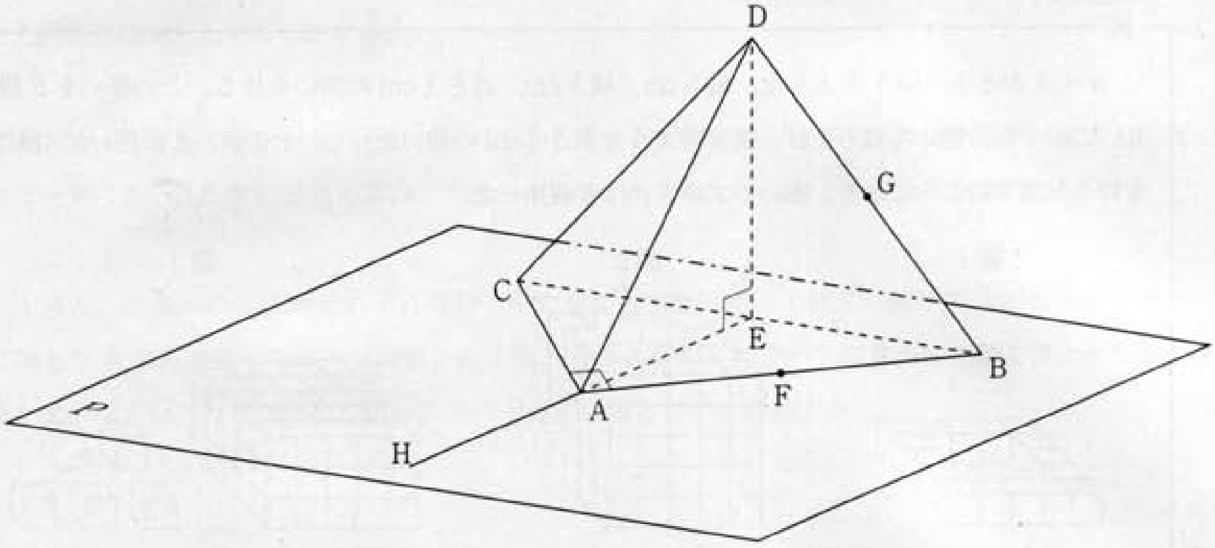
このとき，x の値を求めなさい。

問5　下の図のように，AB = AC = 4 cm，∠BAC = 90°の直角二等辺三角形 ABC を底面とし，点 D を頂点とする三角すいが，平面 P 上に置かれている。BD = CD = 4 cm であり，点 E は線分 BC の中点で，∠AED = 90° である。

また，点 F は線分 AB の中点であり，点 G は線分 BD の中点である。

さらに，点 H は線分 EA を点 A の方向に延ばした直線上の点で，EA = AH である。

このとき，あとの問いに答えなさい。



(ア)　この三角すいにおいて，点 I は線分 CD 上を動く点である。

線分 AI の長さと線分 EI の長さの和が最も小さくなるとき，この 2 つの線分の長さの和を求めなさい。

(イ)　この三角すいにおいて，点 J は線分 AC 上を動く点であり，直線 HJ と線分 BC との交点を K とする。

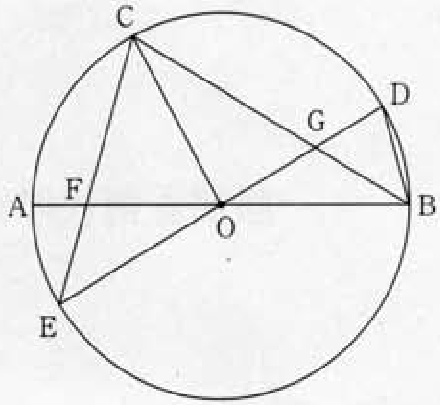
点 J が線分 AC の中点になるとき，三角形 FGK の面積を求めなさい。

問6　右の図のように，線分 AB を直径とする円Oの周上に，2点 A，B とは異なる点 C を∠AOC が鋭角となるようにとり，点 A をふくまない $\overset{\frown}{BC}$ 上に点 D を $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOC$ となるようにとる。

また，線分 DO の延長と円Oとの交点で，点 D とは異なる点を E とする。

さらに，線分 AB と線分 CE との交点を F，線分 BC と線分 DE との交点を G とする。

このとき，三角形 CFO と三角形 BDG が相似であることを証明しなさい。



（問題は，これで終わりです。）