

平成 22 年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

## Ⅲ 数 学

## 注 意 事 項

- 1 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題は 問 6 まであり、1 ページから 6 ページに印刷されています。
- 3 計算は、あいているところを使い、答えは、解答用紙の決められた欄<sup>らん</sup>に書き入れなさい。
- 4 答えに根号がふくまれるときは、根号の中は最も小さい自然数にいなさい。  
また、分母に根号がふくまれるときは、分母に根号をふくまない形にしておきなさい。
- 5 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。
- 6 終了の合図があったら、すぐに解答をやめなさい。

受 検 番 号

番

問1 次の問いに答えなさい。

(ア)  $\frac{8ab^2}{5} \div (2b)^2 \times \left(-\frac{a^2}{4}\right)$  を計算しなさい。

(イ)  $\sqrt{27} - \frac{18}{\sqrt{3}} + \sqrt{48}$  を計算しなさい。

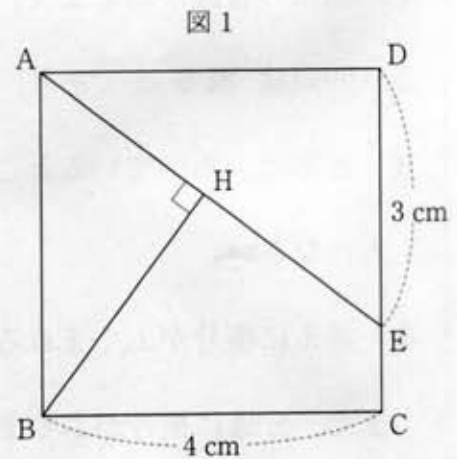
(ウ)  $(x-5)(x+1) - (x+3)(x-3) + x^2$  を因数分解しなさい。

(エ)  $a = \sqrt{2} - 1$ ,  $b = 3\sqrt{2} + 3$  のとき,  $9a^2 - b^2$  の値を求めなさい。

(オ) 関数  $y = ax^2$  について,  $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 3$  のとき,  $y$  の変域は  $b \leq y \leq 18$  であった。このとき,  $a, b$  の値を求めなさい。

(カ) 1 から 30 までの自然数のうち, 2 乗した数が 12 の倍数である自然数は何個あるか求めなさい。

(キ) 右の図1において, 四角形 ABCD は, 1 辺の長さが 4 cm の正方形である。点 E は辺 CD 上の点で,  $DE = 3$  cm である。点 H は線分 AE 上の点で,  $AE \perp BH$  である。  
このとき, 線分 BH の長さを求めなさい。



(ク) 右の図2のような,  $AC = 1$  cm,  $\angle ACB = 105^\circ$ ,  $\angle BAC = 45^\circ$  である三角形 ABC を, 辺 AB を軸として 1 回転させたときにできる立体の表面積を求めなさい。ただし, 円周率は  $\pi$  とする。



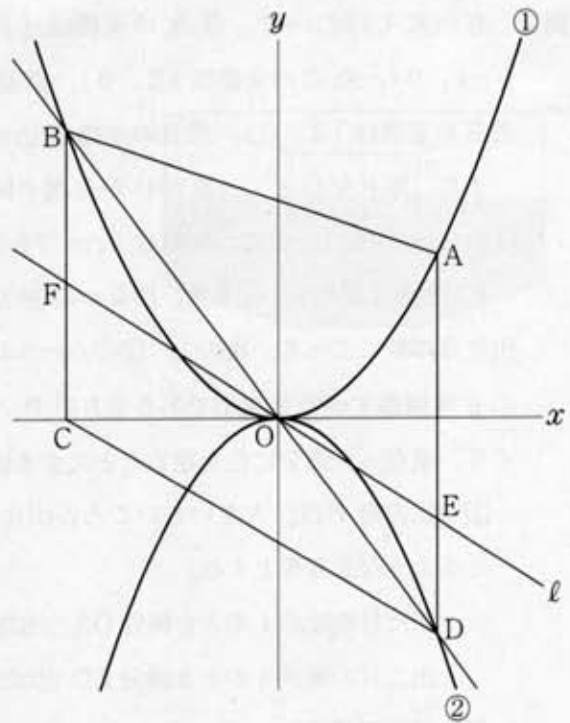
問2 右の図において、点Oは原点であり、曲線①は関数  $y = \frac{1}{3}x^2$  のグラフ、曲線②は関数  $y = ax^2$  のグラフである。ただし、 $a < 0$  とする。

2点A, Bはともに曲線①上の点で、点Aのx座標は3であり、点Bのx座標は-4である。

また、点Cはx軸上の点で、線分BCはy軸に平行である。

さらに、点Dは曲線②と直線OBとの交点で、線分ADはy軸に平行である。

このとき、次の問いに答えなさい。



(ア) 曲線②の式  $y = ax^2$  の  $a$  の値を求めなさい。

(イ) 直線  $l$  は、原点Oを通り、線分AD、線分BCとそれぞれ点E、点Fで交わっている。台形CDEFの面積が台形ABCDの面積の  $\frac{3}{8}$  倍のとき、直線  $l$  の傾きを求めなさい。

問3 右の図1において、点Aの座標は(1, 0)、点Bの座標は(-1, 0)、点Cの座標は(2, 0)、点Dの座標は(-2, 0)、点Eの座標は(3, 0)、点Fの座標は(-3, 0)である。

また、原点をOとし、原点Oから点(1, 0)までの距離、原点Oから点(0, 1)までの距離は1cmである。

1から6までの目が出る大、小2つのさいころを同時に1回投げ、出た目の数によって、次の①、②のルールにしたがって4つの頂点のy座標がすべて0以上である正方形P、正方形Qをそれぞれつくり、重なった部分に色を塗ることにする。



① 正方形Pは、大きいさいころの出た目の数に応じて次のように決まるx軸上の線分が1辺となるような正方形とする。

出た目の数が1のとき線分OA、出た目の数が2のとき線分AB、出た目の数が3のとき線分BC、出た目の数が4のとき線分CD、出た目の数が5のとき線分DE、出た目の数が6のとき線分EF

② 正方形Qは、小さいさいころの出た目の数に応じて次のように決まるx軸上の線分が1辺となるような正方形とする。

出た目の数が1のとき線分OB、出た目の数が2のとき線分BA、出た目の数が3のとき線分AD、出た目の数が4のとき線分DC、出た目の数が5のとき線分CF、出た目の数が6のとき線分FE

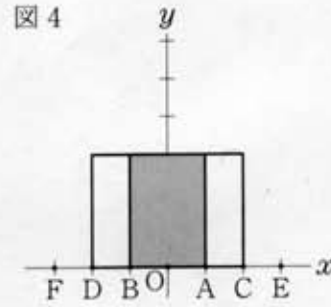
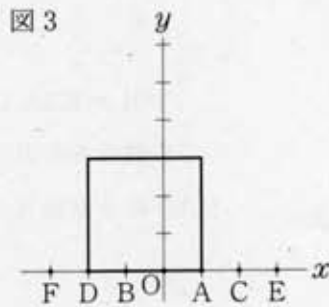
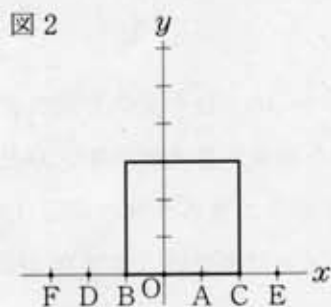
例

大きいさいころと小さいさいころの出た目の数がともに3のとき、

① 正方形Pは、線分BCを1辺とする正方形になるので、図2のようになる。

② 正方形Qは、線分ADを1辺とする正方形になるので、図3のようになる。

正方形Pと正方形Qの重なった部分に色を塗ると、図4のようになり、色が塗られた部分の面積は $6\text{ cm}^2$ である。



このとき、次の問いに答えなさい。

(ア) 図1の状態、大、小2つのさいころを同時に1回投げ、大きいさいころの出た目の数が5、小さいさいころの出た目の数が4のとき、色が塗られた部分の面積を求めなさい。

(イ) 図1の状態、大、小2つのさいころを同時に1回投げるとき、色が塗られた部分の面積が $25\text{ cm}^2$ 以上となる確率を求めなさい。ただし、大、小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問4 右の図1のように、 $AB \parallel DC$ 、 $AB = 6 \text{ cm}$ 、 $CD = 18 \text{ cm}$ 、 $AD = BC = 10 \text{ cm}$  の台形  $ABCD$  を底面とし、 $AE = BF = CG = DH = 8 \text{ cm}$  を高さとする四角柱の形をした透明な容器に、 $378 \text{ cm}^3$  の水を入れ、すべての面をふさいで水が外部にでないようにして水平な台に置いてある。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

(ア) 図1において、底面  $ABCD$  から水面までの高さを求めなさい。

(イ) 右の図2のように、この容器を面  $DCGH$  が底になるように水平な台に置いたとき、面  $DCGH$  から水面までの高さを求めなさい。

図1

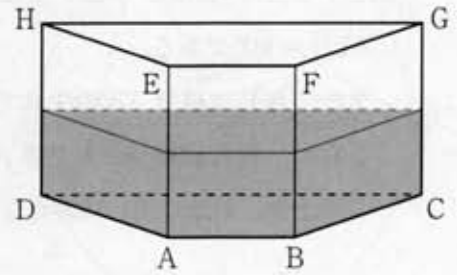
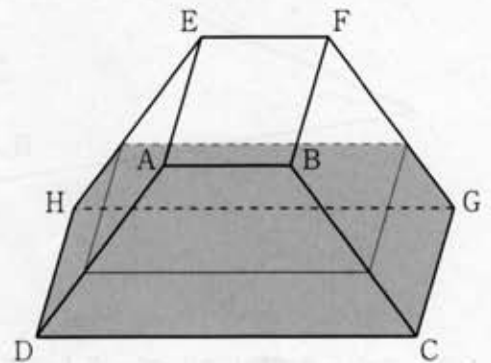


図2

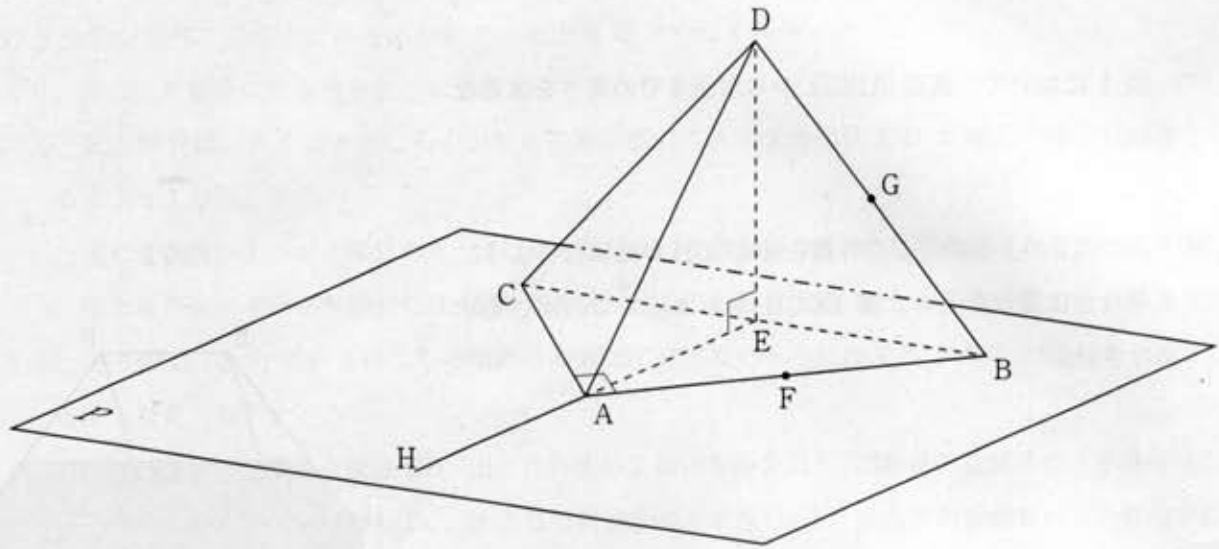


問5 下の図のように、 $AB = AC = 4\text{ cm}$ 、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形  $ABC$  を底面とし、点  $D$  を頂点とする三角すいが、平面  $P$  上に置かれている。 $BD = CD = 4\text{ cm}$  であり、点  $E$  は線分  $BC$  の中点で、 $\angle AED = 90^\circ$  である。

また、点  $F$  は線分  $AB$  の中点であり、点  $G$  は線分  $BD$  の中点である。

さらに、点  $H$  は線分  $EA$  を点  $A$  の方向に延ばした直線上の点で、 $EA = AH$  である。

このとき、あとの問いに答えなさい。



(ア) この三角すいにおいて、点  $I$  は線分  $CD$  上を動く点である。

線分  $AI$  の長さ と 線分  $EI$  の長さ の和が最も小さくなるとき、この2つの線分の長さの和を求めなさい。

(イ) この三角すいにおいて、点  $J$  は線分  $AC$  上を動く点であり、直線  $HJ$  と線分  $BC$  との交点を  $K$  とする。

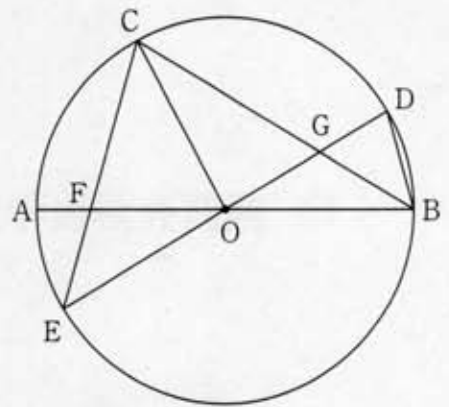
点  $J$  が線分  $AC$  の中点になるとき、三角形  $FGK$  の面積を求めなさい。

問6 右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、2 点 A, B とは異なる点 C を  $\angle AOC$  が鋭角となるようにとり、点 A をふくまない  $\widehat{BC}$  上に点 D を  $\angle BOD = \frac{1}{2} \angle AOC$  となるようにとる。

また、線分 DO の延長と円 O との交点で、点 D とは異なる点を E とする。

さらに、線分 AB と線分 CE との交点を F、線分 BC と線分 DE との交点を G とする。

このとき、三角形 CFO と三角形 BDG が相似であることを証明しなさい。



(問題は、これで終わりです。)