鎌倉高校

K

平成22年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ 数 学

注 意 事 項

1 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2 問題は **問6** まであり，1ページから6ページに印刷されています。

3 計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄（らん）に書き入れなさい。

4 答えに根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしておきなさい。

5 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

6 終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

数学

受 検 番 号	番

問1 次の問いに答えなさい。

(ア) $4^2 \div (-6)^2 \times \left(-\frac{81}{8}\right)$ を計算しなさい。

(イ) $\frac{13}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ を計算しなさい。

(ウ) $(a+5)^2-(a+3)(a-2)$ を計算しなさい。

(エ) 2次方程式 $(x+2)(x-2)=6x+12$ を解きなさい。

(オ) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 5(x-y)=7x+11 \\ x+\frac{1}{3}y=1 \end{cases}$$

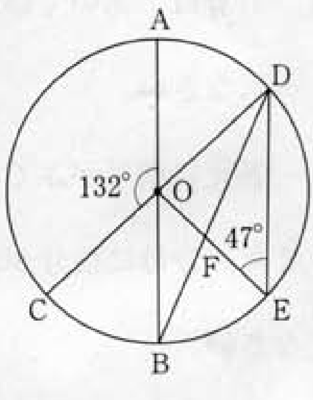
(カ) 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域は $-8 \leqq y \leqq 0$ である。このとき，a の値を求めなさい。

(キ) 右の図1において，線分 AB と線分 CD はともに円 O の直径であり，点 E は円 O の周上の点である。

また，点 F は線分 OE と線分 BD との交点である。

$\angle AOC = 132^\circ$，$\angle OED = 47^\circ$ のとき，$\angle OFB$ の大きさを求めなさい。

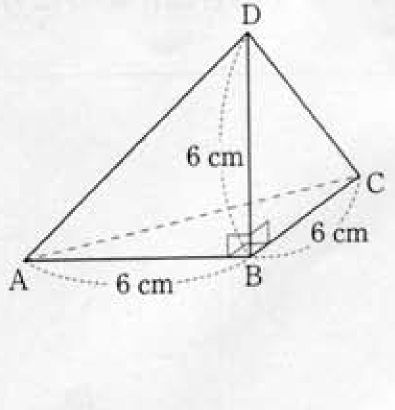
図1



(ク) 右の図2は，AB = BC = 6 cm，$\angle ABC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC を底面とし，点 D を頂点とする三角すいである。また，BD = 6 cm，$\angle ABD = \angle CBD = 90^\circ$ である。

この三角すいにおいて，三角形 ACD を底面とし，点 B を頂点としたときの高さを求めなさい。

図2



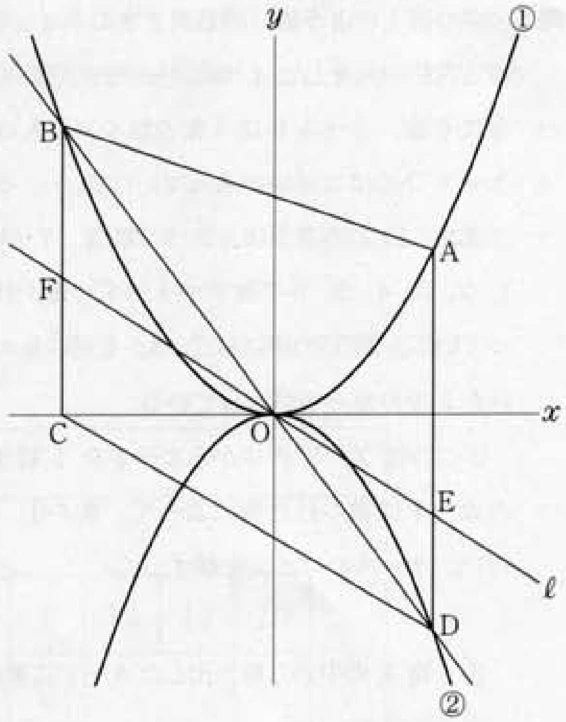
問 2　右の図において，点Oは原点であり，曲線①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし，$a<0$ とする。

2点A，Bはともに曲線①上の点で，点Aのx座標は3であり，点Bのx座標は-4である。

また，点Cはx軸上の点で，線分BCはy軸に平行である。

さらに，点Dは曲線②と直線OBとの交点で，線分ADはy軸に平行である。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ)　直線 ℓ は，原点Oを通り，線分AD，線分BCとそれぞれ点E，点Fで交わっている。台形CDEFの面積が台形ABCDの面積の $\frac{3}{8}$ 倍のとき，直線 ℓ の傾きを求めなさい。

問3 右の図1のように，同じ大きさのコインがちょうど7枚入る，同じ円柱の形をした4つのケースA，B，C，Dがあり，ケースAに6枚，ケースBに7枚のコインが入っていて，ケースCとケースDにはコインが入っていない。

また，図2のように，2つの箱X，Yがあり，箱Xの中には1，2，3，4，5，6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードが入っていて，箱Yの中には2，3，4，5，6の数字が1つずつ書かれた5枚のカードが入っている。

2つの箱X，Yの中からカードを1枚ずつ取り出し，それらのカードに書かれた数によって，次の①，②の操作をこの順に行い，ケースのコインを移す。

図1

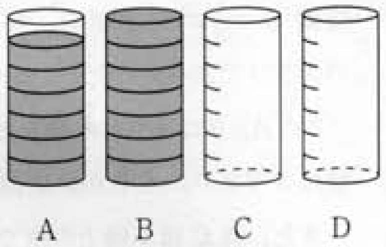
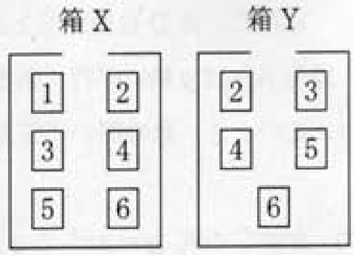


図2



① 箱Xの中から取り出したカードに書かれた数をxとして，ケースAからケースCにx枚のコインを移す。

② 箱Yの中から取り出したカードに書かれた数をyとして，ケースBからケースCにy枚のコインを移す。ただし，ケースCのコインが7枚となったときは，y枚のうち残りのコインをケースDに移すこととする。

例

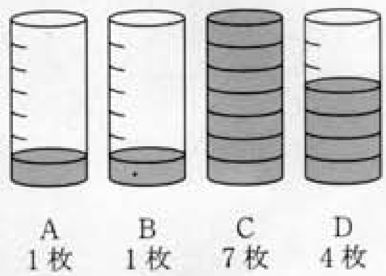
箱Xの中から取り出したカードに書かれた数が5，箱Yの中から取り出したカードに書かれた数が6のとき，$x=5$，$y=6$なので，

① ケースAからケースCに5枚のコインを移す。

② ケースBからケースCにコインを移す。このとき，6枚のうちの2枚のコインを移すとケースCのコインが7枚となるので，残りの4枚をケースDに移す。

この結果，各ケースのコインの枚数は図3のようになる。

図3



いま，図1の状態で，図2の2つの箱X，Yの中からカードを1枚ずつ取り出すとき，次の問いに答えなさい。ただし，それぞれの箱の中からどのカードが出ることも同様に確からしいものとする。

(ア) ケースDに入っているコインが1枚となる確率を求めなさい。

(イ) ケースAとケースDに入っているコインの枚数が同じになる確率を求めなさい。

問４　１辺の長さが１cm の正方形の白いタイルを，重ならないようにすき間なくしきつめて，１辺の長さが n cm の正方形をつくる。できた正方形の四隅にあるタイルを反時計回りに順に，A，B，C，D とする。

次に，しきつめたタイルのうち，４つの辺がすべて他のタイルと接しているタイルを，他のタイルが動かないようにすべて取り除く。この状態で，自然数を１から順に，A から反時計回りに１つのタイルに１つずつ，すべてのタイルに書き入れる。このとき，A，B，C，D のタイルに書かれている数を，それぞれ a，b，c，d とする。ただし，n は３以上の整数とする。

次の表は，$n=3$，$n=4$ のときの図の例と a，b，c，d の値をそれぞれ示したものである。

<table>
<tr><td>n の値</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>図の例</td><td><table><tr><td>1</td><td>8</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table></td><td><table><tr><td>1</td><td>12</td><td>11</td><td>10</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td></td><td>9</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>a，b，c，d の値</td><td>$a=1$，$b=3$，$c=5$，$d=7$</td><td>$a=1$，$b=4$，$c=7$，$d=10$</td></tr>
</table>

このような方法で，タイルに自然数を書くとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　$d=19$ のとき，n の値を求めなさい。

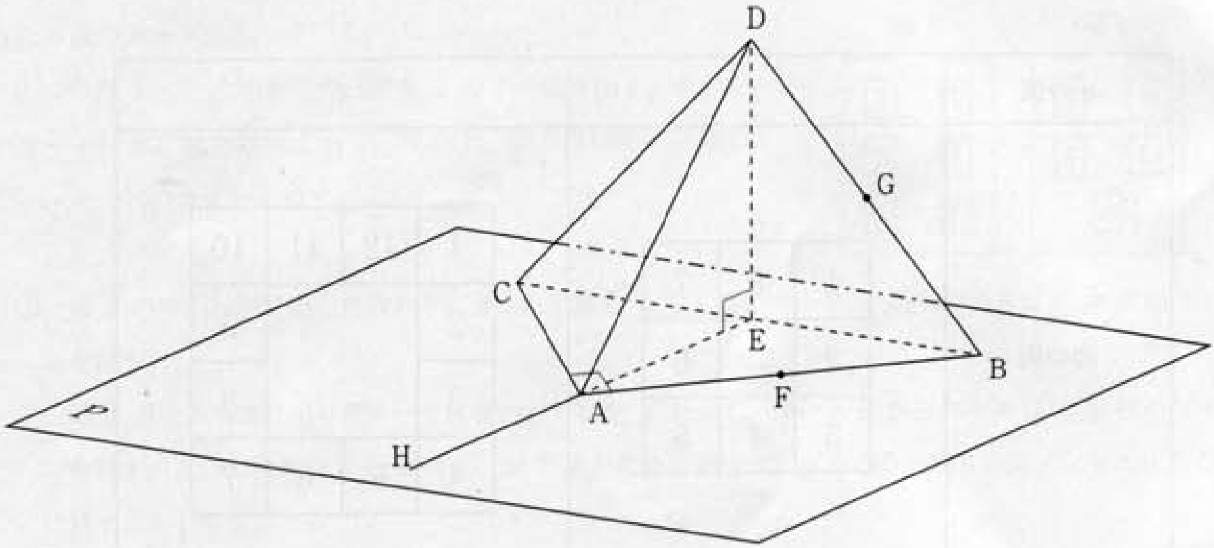
(イ)　$ab+cd=1094$ のとき，n の値を求めなさい。

問5 下の図のように，AB = AC = 4 cm，∠BAC = 90° の直角二等辺三角形 ABC を底面とし，点 D を頂点とする三角すいが，平面 P 上に置かれている。BD = CD = 4 cm であり，点 E は線分 BC の中点で，∠AED = 90° である。

また，点 F は線分 AB の中点であり，点 G は線分 BD の中点である。

さらに，点 H は線分 EA を点 A の方向に延ばした直線上の点で，EA = AH である。

このとき，あとの問いに答えなさい。



(ア) この三角すいにおいて，点 I は線分 CD 上を動く点である。
線分 AI の長さと線分 EI の長さの和が最も小さくなるとき，この 2 つの線分の長さの和を求めなさい。

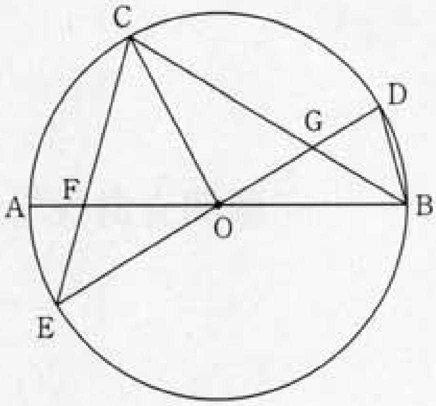
(イ) この三角すいにおいて，点 J は線分 AC 上を動く点であり，直線 HJ と線分 BC との交点を K とする。
点 J が線分 AC の中点になるとき，三角形 FGK の面積を求めなさい。

問6　右の図のように，線分 AB を直径とする円Oの周上に，2点 A，B とは異なる点 C を∠AOC が鋭角となるようにとり，点 A をふくまない $\overset{\frown}{BC}$ 上に点 D を $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOC$ となるようにとる。

また，線分 DO の延長と円Oとの交点で，点 D とは異なる点を E とする。

さらに，線分 AB と線分 CE との交点を F，線分 BC と線分 DE との交点を G とする。

このとき，三角形 CFO と三角形 BDG が相似であることを証明しなさい。



（問題は，これで終わりです。）