湘南高校

平成21年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ 数 学

S

数学

注 意 事 項

1 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2 問題は **問6** まであり，**1**ページから**6**ページに印刷されています。

3 計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄(らん)に書き入れなさい。

4 答えに根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしておきなさい。

5 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

6 終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

受 検 番 号	番

問1　次の問いに答えなさい。

(ア)　方程式 $\dfrac{-x+3}{5}-\dfrac{2x-3}{3}=-1$ を解きなさい。

(イ)　$4(a-2b)^2-(2a+3b)(2a-3b)$ を計算しなさい。

(ウ)　$2x^2y+8xy-24y$ を因数分解しなさい。

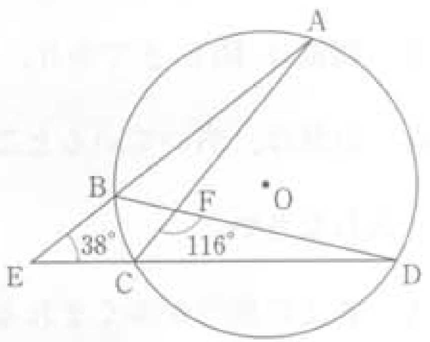
(エ)　$2<\sqrt{2n-1}<3$ となるような，自然数 n の値をすべて求めなさい。

(オ)　$a=3\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$a^2-2ab-3b^2$ の値を求めなさい。

(カ)　y は x に反比例し，$x=a$ のとき $y=a+2$ であり，$x=2a$ のとき $y=3$ である。このとき，a の値を求めなさい。

(キ)　右の図1において，4点A，B，C，Dはすべて円Oの周上の点である。点Eは線分ABの延長と線分DCの延長との交点であり，点Fは線分ACと線分BDとの交点である。$\angle\mathrm{AED}=38°$，$\angle\mathrm{CFD}=116°$ のとき，$\angle\mathrm{ABD}$ の大きさを求めなさい。

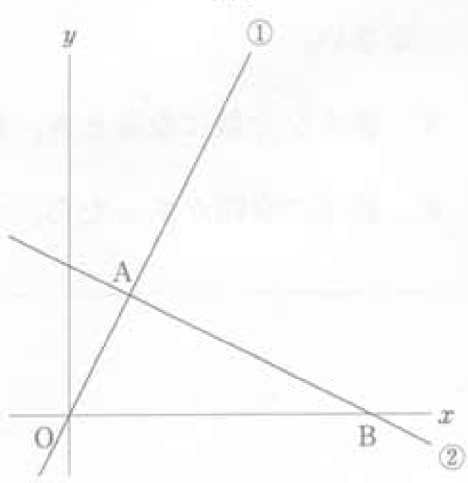
図1



(ク)　右の図2において，直線①は関数 $y=2x$ のグラフであり，直線②は関数 $y=-\dfrac{1}{2}x+5$ のグラフである。点Aは直線①と直線②との交点で，点Bは直線②と x 軸との交点である。原点をOとするとき，三角形AOBを辺OBを軸として1回転させたときにできる立体の体積を求めなさい。

ただし，原点Oから点(1，0)までの距離および原点Oから点(0，1)までの距離を1cmとし，円周率を π とする。

図2

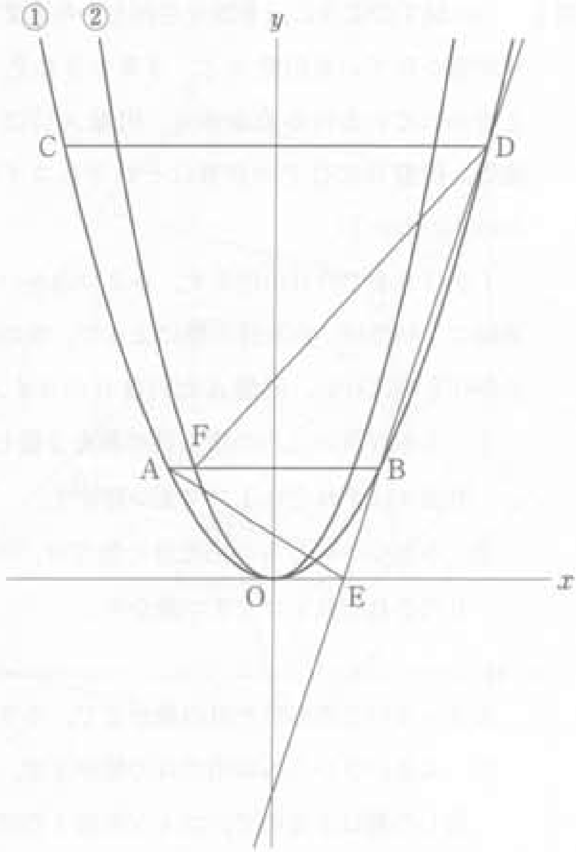


問2　右の図において，曲線①は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

4点A，B，C，Dはすべて曲線①上の点で，点Aの x 座標は -2 であり，点Cの x 座標は負である。線分ABと線分CDはともに x 軸に平行で，線分CDの長さは線分ABの長さの2倍である。

また，点Eは直線BDと x 軸との交点であり，点Fは曲線②と線分ABとの交点で，その x 座標は負である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。



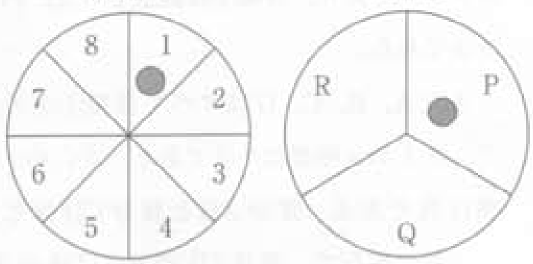
(ア)　点Eの座標を求めなさい。

(イ)　三角形BDFの面積が三角形AEBの面積の $\dfrac{21}{8}$ 倍であるとき，曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問3　右の図1のように，8等分され1から8までの番号が書かれている円盤Aと，3等分されP，Q，Rと書かれている円盤Bがあり，円盤Aには1番の位置，円盤BにはPの位置にそれぞれコインが置かれている。

1から6までの目の出る大，小2つのさいころを同時に1回投げ，出た目の数によって，次の①，②の操作を順に行い，円盤Aと円盤Bのコインをそれぞれ動かすものとする。

図1



① 大きいさいころの出た目の数を3倍した数だけ，円盤Aと円盤Bのコインを図1の位置から時計回りにそれぞれ1コマずつ動かす。

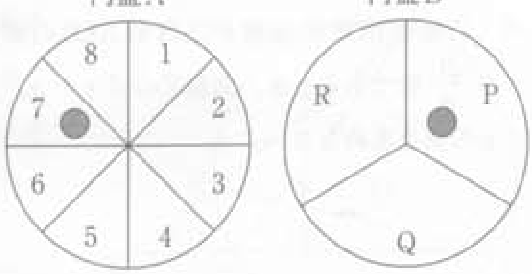
② 小さいさいころの出た目の数だけ，円盤Aと円盤Bのコインを①で移動した位置から反時計回りにそれぞれ1コマずつ動かす。

例

大きいさいころの出た目の数が2で，小さいさいころの出た目の数が1のとき，

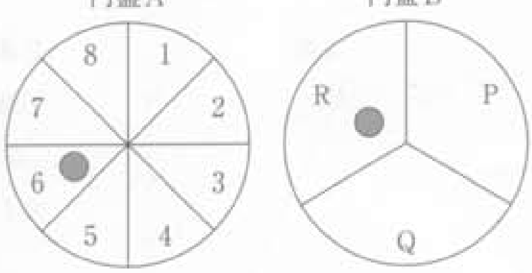
① 大きいさいころの出た目の数が2で，その3倍した数は6なので，コインを図1の位置から時計回りに6コマ動かす。その結果，図2のように円盤Aのコインは7番の位置，円盤BのコインはPの位置にある。

図2



② 小さいさいころの出た目の数が1なので，コインを図2の位置から反時計回りに1コマ動かす。その結果，図3のように円盤Aのコインは6番の位置，円盤BのコインはRの位置にある。

図3



いま，図1の状態で，大，小2つのさいころを同時に1回投げるとき，次の問いに答えなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(ア) 円盤Aのコインが3番の位置にある確率を求めなさい。

(イ) 円盤Aのコインが2番の位置にあり，円盤BのコインがQの位置にある確率を求めなさい。

問4　図1，図2の四角柱は，AB = 4 cm，BC = 9 cm の長方形ABCDを底面とする同じ四角柱であり，平面Ｉ上に置かれている。線分AE，線分BF，線分CG，線分DHはすべて底面に垂直であり，その長さはすべて等しい。また，側面ADHEにおいて，AH = 12 cm である。

点Pは線分BC上を動く点であり，点Qは線分APの延長と線分DCの延長との交点である。点Rは線分QHと線分CGとの交点である。

このとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　図1は，BP = 4 cm のときの図である。図1において，線分PHの長さを求めなさい。

(イ)　図2は，BP = 7 cm のときの図である。図2において，三角形PQCを底面とし，点Rを頂点とする三角すいの体積を求めなさい。

図1

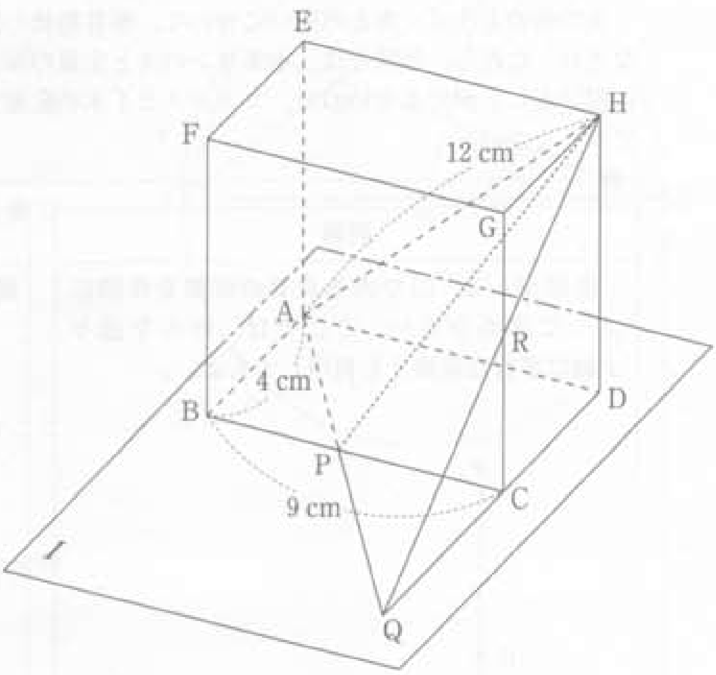
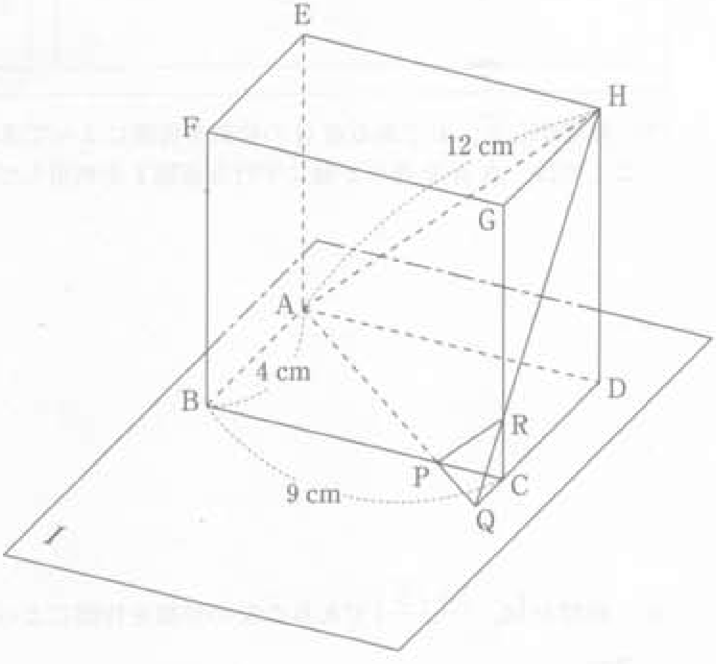


図2



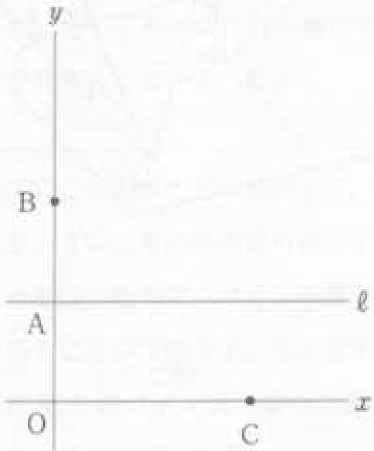
問 5　点 A の座標は(0, 1)，点 B の座標は(0, 2)，点 C の座標は(2, 0)である。原点を O とし，原点 O から点(1, 0)までの距離と原点 O から点(0, 1)までの距離は等しいとする。

次の例のように，あとの問いについて，解答用紙の図に作図しなさい。また，その**手順**を簡単に書きなさい。ただし，作図とは，本来コンパスと定規のみを用いて行う作業のことであるが，ここでは実際に用いることができないので，コンパスと 1 本の定規を用いたものとし，作図の過程でかいた線もすべて残しなさい。

例

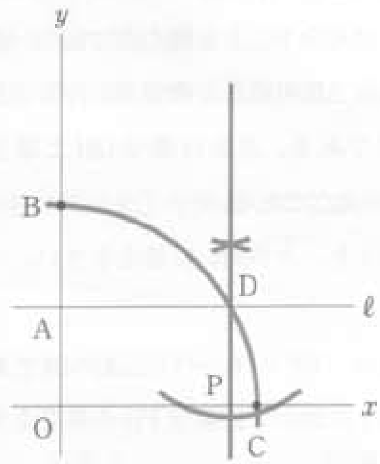
問題

座標が$(\sqrt{3},\ 0)$である点 P の位置を作図によって求めなさい。ここでは，点 A を通り x 軸に平行な直線 ℓ を利用してもよい。



解答用紙

図

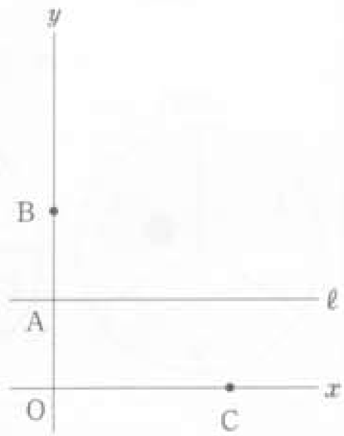


手順を簡単に書きなさい。

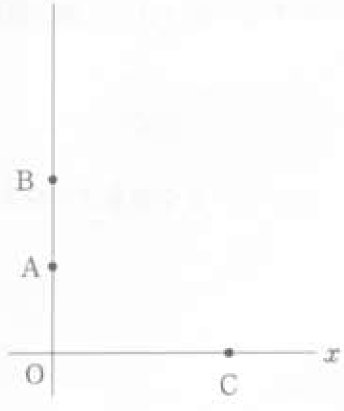
① 原点 O を中心とし点 B を通る円をかき，直線 ℓ との交点を D とする。

② 点 D を通り x 軸に垂直な直線を引く。このとき，x 軸との交点が P となる。

(ア) 座標が$(\sqrt{2},\ 0)$である点 Q の位置を作図によって求めなさい。ここでは，点 A を通り x 軸に平行な直線 ℓ を利用してもよい。



(イ) 座標が$\left(0,\ \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$である点 R の位置を作図によって求めなさい。

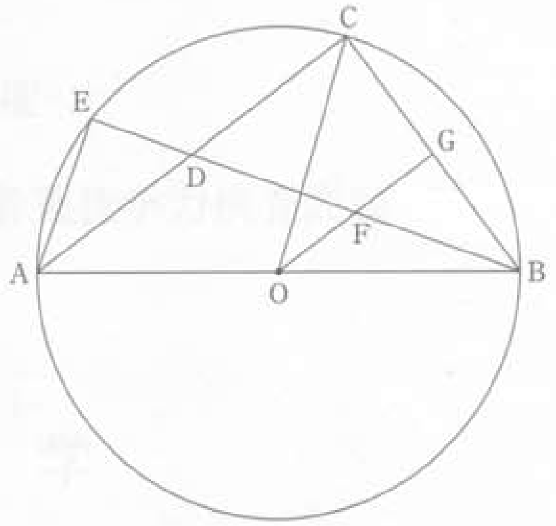


問6　右の図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点Cをとり，線分AC上に2点A，Cとは異なる点Dをとる。

また，線分BDの延長と円Oとの交点で，点Bとは異なる点をEとする。

さらに，∠BOCの二等分線と線分BE，線分BCとの交点をそれぞれF，Gとする。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　三角形ADEと三角形BFGが相似であることを証明しなさい。

(イ)　円Oの半径が5 cmで，AD = DC = 4 cmのとき，線分AEの長さを求めなさい。

(問題は，これで終わりです。)