

平成 21 年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ 数 学

注 意 事 項

- 1 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題は 問 6 まであり、1 ページから 6 ページに印刷されています。
- 3 計算は、あいているところを使い、答えは、解答用紙の決められた欄^{らん}に書き入れなさい。
- 4 答えに根号がふくまれるときは、根号の中は最も小さい自然数にいなさい。
また、分母に根号がふくまれるときは、分母に根号をふくまない形にしておきなさい。
- 5 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。
- 6 終了の合図があったら、すぐに解答をやめなさい。

受 検 番 号

番

問1 次の問いに答えなさい。

(ア) $\left(\frac{3}{2}ab\right)^2 \div ab^3 \times \left(-\frac{2}{9}\right)^2$ を計算しなさい。

(イ) $a = \frac{1}{\sqrt{6}} + 1$, $b = \frac{1}{\sqrt{6}} - 1$ のとき, $a^2 - b^2$ の値を求めなさい。

(ウ) $2(x^2 + 3x + 2) - x(x + 2)$ を因数分解しなさい。

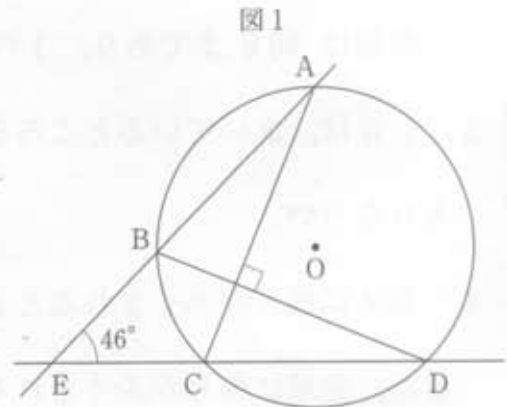
(エ) 縦の長さが横の長さより長い長方形がある。この長方形の周の長さが 38 cm で、面積が 78 cm^2 のとき、横の長さを求めなさい。

(オ) 関数 $y = ax^2$ と関数 $y = -2x + b$ について、ともに x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域が一致する。このとき、 a , b の値を求めなさい。ただし、 $a > 0$ とする。

(カ) $\sqrt{\frac{3}{10}n}$ が1桁の自然数となるような、自然数 n は何個あるか求めなさい。

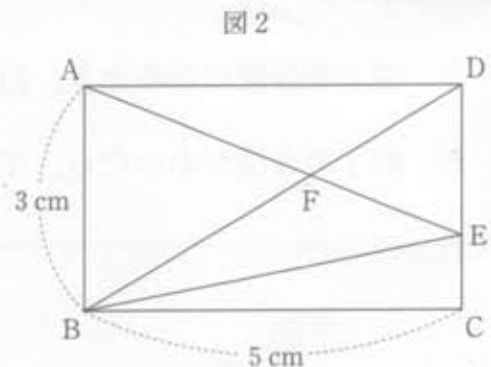
(キ) 右の図1において、4点A, B, C, Dは円Oの周上の点であり、点Eは直線ABと直線CDとの交点である。

$AC \perp BD$, $\angle BEC = 46^\circ$ のとき、 $\angle BDC$ の大きさを求めなさい。



(ク) 右の図2のように、 $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ の長方形ABCDの辺CD上に点Eを $CE : ED = 1 : 2$ となるようにとり、線分AEと線分BDとの交点をFとする。

このとき、三角形BEFの面積を求めなさい。



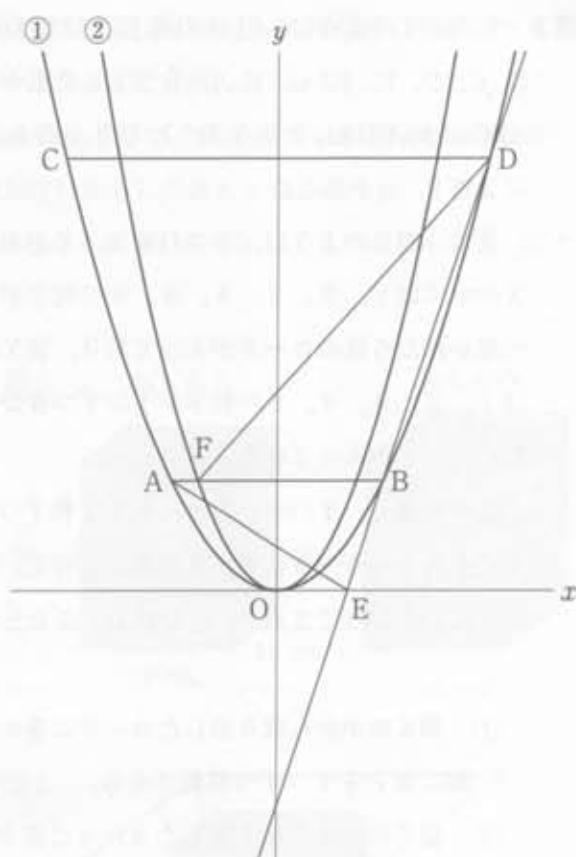
問2 右の図において、曲線①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフであり、曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。

4点A, B, C, Dはすべて曲線①上の点で、点Aのx座標は-2であり、点Cのx座標は負である。線分ABと線分CDはともにx軸に平行で、線分CDの長さは線分ABの長さの2倍である。

また、点Eは直線BDとx軸との交点であり、点Fは曲線②と線分ABとの交点で、そのx座標は負である。

原点をOとすると、次の問いに答えなさい。

- (ア) 点Eの座標を求めなさい。
- (イ) 三角形BDFの面積が三角形AEBの面積の $\frac{21}{8}$ 倍であるとき、曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。



問3 右の図1のように、円Oの周上に12個の点A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, Lを正十二角形ABCDEFGHIJKLとなるようにとり、点Aの位置に2点P, Qがある。

また、図2のように、2つの袋X, Yがあり、袋Xの中には1, 2, 3, 4, 5, 6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードが入っており、袋Yの中には1, 2, 3, 4, 5の数字が1つずつ書かれた5枚のカードが入っている。

2つの袋X, Yの中からカードを1枚ずつ取り出し、それらのカードに書かれた数によって、次のルールにしたがって2点P, Qを動かすこととする。

ルール

- ① 袋Xの中から取り出したカードに書かれた数だけ、点Aを出発点としB, C, D, E, F, Gの順に点Pを1つずつ移動させる。
- ② 袋Yの中から取り出したカードに書かれた数だけ、点Aを出発点としL, K, J, I, Hの順に点Qを1つずつ移動させる。

例

袋Xの中から取り出したカードに書かれた数が3, 袋Yの中から取り出したカードに書かれた数が4のとき、

- ① 点Aの位置にある点PをB, C, Dと移動させ、Dで止める。
- ② 点Aの位置にある点QをL, K, J, Iと移動させ、Iで止める。

この結果、2点P, Qは図3の位置にある。

図1

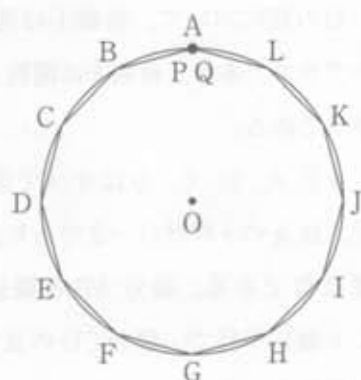
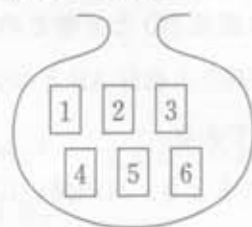


図2 袋X



袋Y

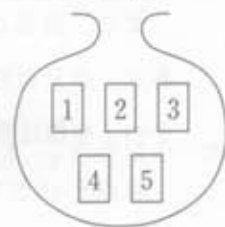
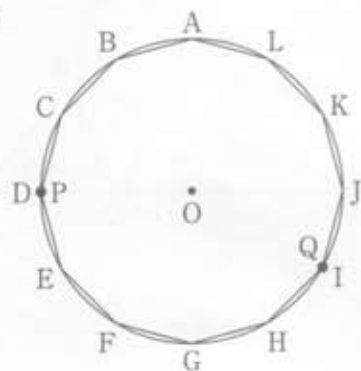


図3



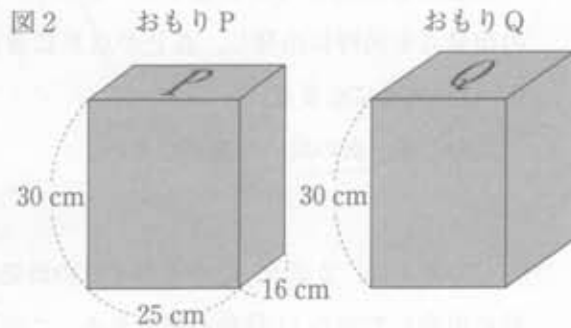
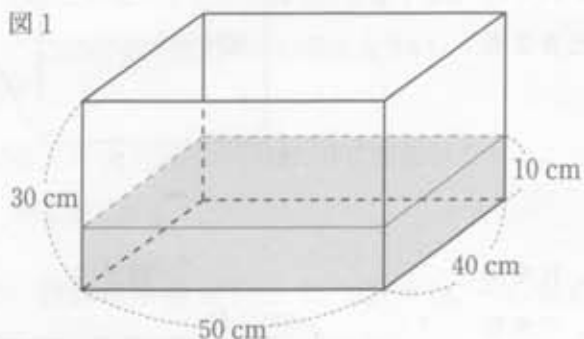
いま、2点P, Qの位置が図1の状態、図2の状態の2つの袋X, Yの中からカードを1枚ずつ取り出すとき、次の問いに答えなさい。ただし、袋の中からどのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。

- (ア) $OP = PQ$ となる確率を求めなさい。
- (イ) 三角形APQが二等辺三角形となる確率を求めなさい。

問4 下の図1のように、底面が横50 cm、縦40 cmの長方形で、高さが30 cmの四角柱の形をした水槽^{すいそう}が水平な台の上に置かれ、水槽の底から高さが10 cmのところまで水が入っている。

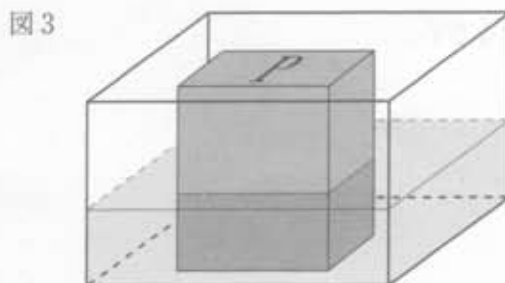
また、下の図2のように、底面が横25 cm、縦16 cmの長方形で、高さが30 cmの四角柱の形をしたおもりPと、底面が正方形で、高さが30 cmの正四角柱の形をしたおもりQがある。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、水槽の厚さは考えないものとし、2つのおもりP、Qの中には水が入らないものとする。



(ア) 右の図3のように、図1の状態の水槽の中におもりPを、おもりの底面が水槽の底にぴったり着くように入れる。

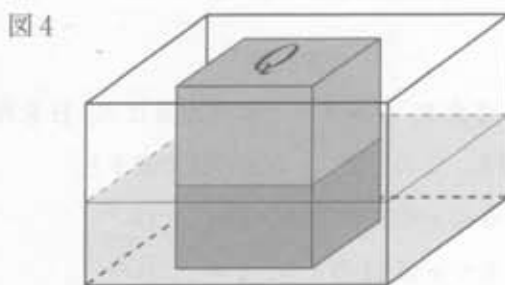
このとき、水槽の底から水面までの高さを求めなさい。



(イ) 右の図4のように、図1の状態の水槽の中におもりQを、おもりの底面が水槽の底にぴったり着くように入れる。

その後、この水槽に毎分 800 cm^3 の割合で水を20分間入れたところ、水槽の底から水面までの高さは24 cmであった。

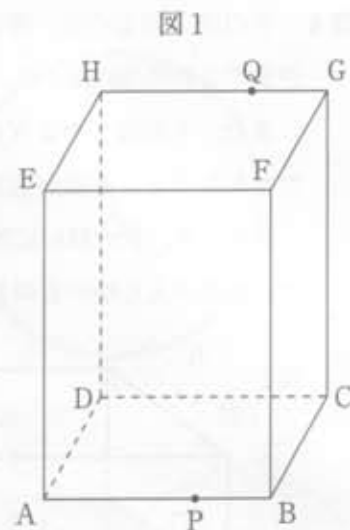
このとき、おもりQの底面である正方形の1辺の長さを求めなさい。



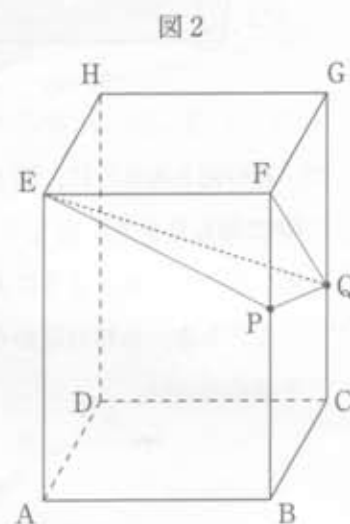
問5 右の図1は、1辺の長さが6 cmの正方形 ABCD を底面とし、 $AE = BF = CG = DH = 8$ cm を高さとする正四角柱である。

点 P は、点 A を出発点とし、毎秒 1 cm の速さで線分 AB と線分 BF の上を点 F に向かって移動する。点 Q は、点 H を出発点とし、点 P と同じ速さで線分 HG と線分 GC の上を点 C に向かって移動する。2 点 P, Q はそれぞれの出発点を同時に出発し、点 P が点 F に着いたとき 2 点 P, Q は同時に止まる。

このとき、次の問いに答えなさい。



(ア) 右の図2は、2 点 P, Q がそれぞれの出発点 A, H を同時に出発してから 11 秒後の図である。このとき、三角形 FPQ を底面とし、点 E を頂点とする三角すいの体積を求めなさい。



(イ) 2 点 P, Q がそれぞれの出発点 A, H を同時に出発してから x 秒後の三角形 BPQ の面積を y cm² とする。このとき、 y を x の式で表すと、

$0 < x < 6$ のとき、 $y =$ (あ)

$6 < x \leq 14$ のとき、 $y =$ (い)

となる。

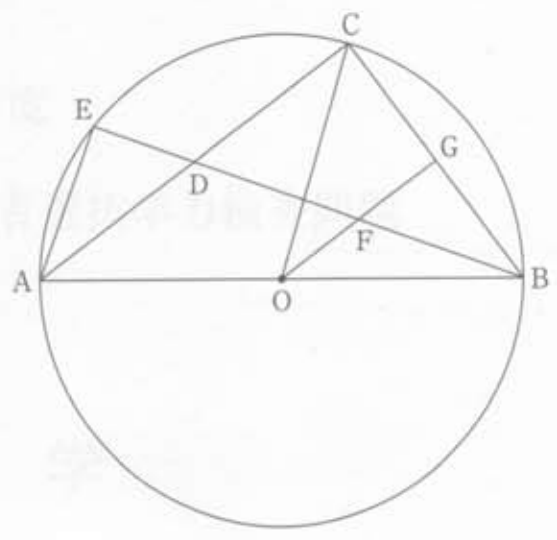
(あ) , (い) にあてはまるものとして最も適する x を用いた式をそれぞれ書きなさい。

問6 右の図のように、線分ABを直径とする円Oの周上に、2点A, Bとは異なる点Cをとり、線分AC上に2点A, Cとは異なる点Dをとる。

また、線分BDの延長と円Oとの交点で、点Bとは異なる点をEとする。

さらに、 $\angle BOC$ の二等分線と線分BE、線分BCとの交点をそれぞれF, Gとする。

このとき、次の問いに答えなさい。



(ア) 三角形ADEと三角形BFGが相似であることを証明しなさい。

(イ) 円Oの半径が5cmで、 $AD = DC = 4$ cmのとき、線分AEの長さを求めなさい。

(問題は、これで終わりです。)