光陵高校

平成21年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

Ⅲ 数　　学

KR

注 意 事 項

1 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2 問題は **問6** までであり，**1**ページから**6**ページに印刷されています。

3 計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄(らん)に書き入れなさい。

4 答えに根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしておきなさい。

5 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

6 終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

数学

受 検 番 号	番

問1　次の問いに答えなさい。

(ア)　$\frac{1}{6}a^2b\times\left(-\frac{3}{2}b\right)^2\div3ab^2$ を計算しなさい。

(イ)　$\sqrt{50}-\frac{6}{\sqrt{2}}+(\sqrt{2}-1)^2$ を計算しなさい。

(ウ)　$(a+b)(a-5b)-(a-2b)^2$ を計算しなさい。

(エ)　$ax^2y+3axy-28ay$ を因数分解しなさい。

(オ)　関数 $y=ax+b$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq-1$ のとき，y の変域は $-2\leqq y\leqq a$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。ただし，$a>0$ とする。

(カ)　$2<\sqrt{3n}<5$ となるような，自然数 n は何個あるかを求めなさい。

(キ)　ある正方形の花だんがある。この花だんをひろげて，1辺の長さを7m長くした正方形の花だんにつくり直す計画があったが，間違えて1辺の長さを9m長くした正方形の花だんをつくってしまった。

計画よりひろげすぎてしまった部分の面積と，つくり直す前の花だんの面積が等しいとき，つくり直す前の花だんの1辺の長さを求めなさい。

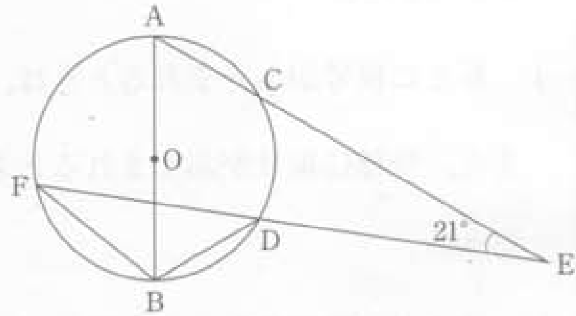
(ク)　右の図において，線分ABは円Oの直径である。

点Cは円Oの周上の点で，OA = ACであり，点Dは点Aをふくまない $\overset{\frown}{BC}$ 上の点で，OB = BDである。

また，点Eは線分ACをCの方向に延ばした直線上の点で，∠AED = 21°である。

さらに，点Fは線分EDをDの方向に延ばした直線と円Oとの交点で，点Dとは異なる点である。

このとき，∠ABFの大きさを求めなさい。

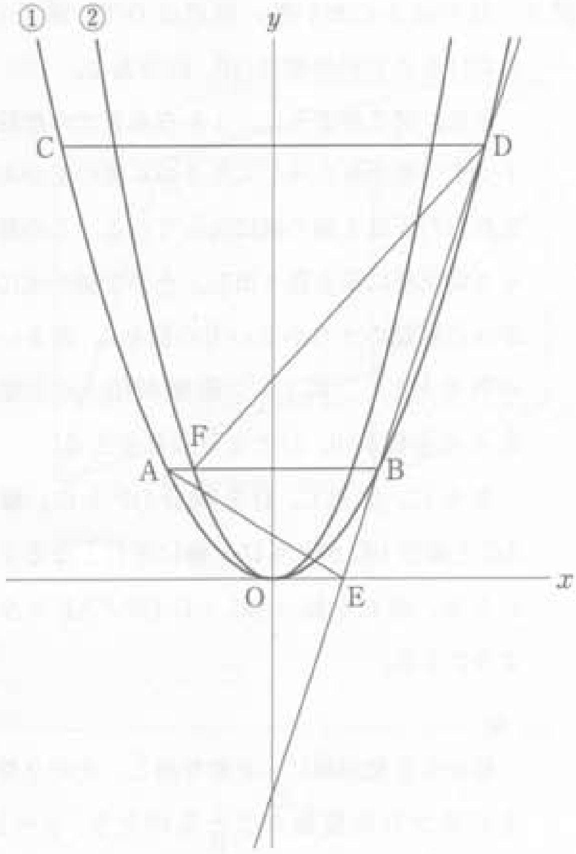


問2　右の図において，曲線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

4点A，B，C，Dはすべて曲線①上の点で，点Aの x 座標は -2 であり，点Cの x 座標は負である。線分ABと線分CDはともに x 軸に平行で，線分CDの長さは線分ABの長さの2倍である。

また，点Eは直線BDと x 軸との交点であり，点Fは曲線②と線分ABとの交点で，その x 座標は負である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　点Eの座標を求めなさい。

(イ)　三角形BDFの面積が三角形AEBの面積の $\frac{21}{8}$ 倍であるとき，曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問3　右の図1において，原点はOで，線分OPにおける点Pの座標は(12, 6)である。

また，図2のように，1から6までの整数が1つずつ書かれた同じ大きさの6個の玉があり，これらの玉は1個の箱に入っている。この箱から2個同時に玉を取り出し，その2個の玉に書かれた整数のうち小さい方の数をa，大きい方の数をbとし，図1に，座標が$(0, a)$となる点Aと座標が$(0, b)$となる点Bをとる。

さらに，2点C，Dを線分OP上に，線分ACと線分BDがともにx軸に平行となるようにとり，点Eを線分BC上にOP∥AEとなるようにとる。

図1

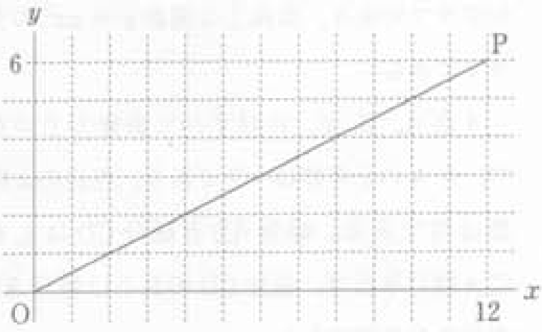


図2

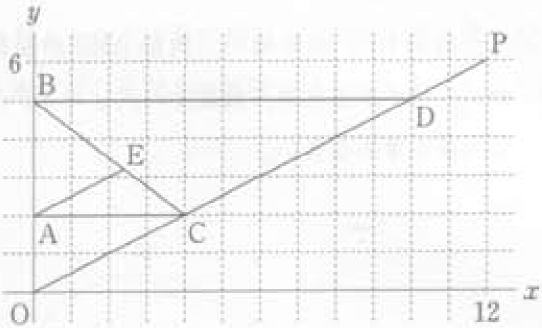
例

箱から2個同時に玉を取り出し，その2個の玉に書かれた整数が2と5のとき，$a=2$，$b=5$だから，座標が(0, 2)となる点Aと座標が(0, 5)となる点Bをとる。

さらに，2点C，Dを線分OP上に，線分ACと線分BDがともにx軸に平行となるようにとり，点Eを線分BC上にOP∥AEとなるようにとる。

この結果，5点A，B，C，D，Eは図3のようになる。

図3



原点Oから点(1, 0)までの距離および原点Oから点(0, 1)までの距離を1cmとするとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　図1の状態で，図2の箱から2個同時に玉を取り出し，その2個の玉に書かれた整数が1と4のとき，三角形ACBと三角形ACDが重なった部分の面積を求めなさい。

(イ)　いま，図1の状態で，図2の箱から2個同時に玉を取り出すとき，三角形OCEの面積が三角形OEBの面積より大きくなる確率を求めなさい。ただし，1から6までの整数が書かれたどの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。

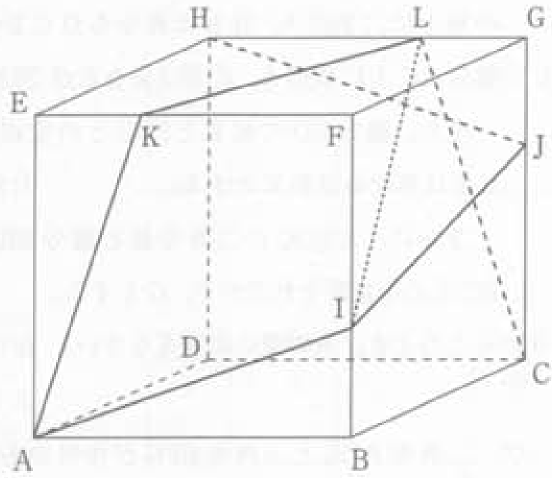
問4　右の図1は，1辺の長さが12 cmの正方形ABCDを底面とし，AE＝BF＝CG＝DH＝12 cmを高さとする四角柱である。

点Aから辺BF，辺CGにこの順で交わり，点Hまでの長さが最も短くなるように線を引いたとき，この線と辺BF，辺CGとの交点をそれぞれI，Jとする。

また，点Aから辺EF，辺HGにこの順で交わり，点Cまでの長さが最も短くなるように線を引いたとき，この線と辺EF，辺HGとの交点をそれぞれK，Lとする。

このとき，次の問いに答えなさい。

図1



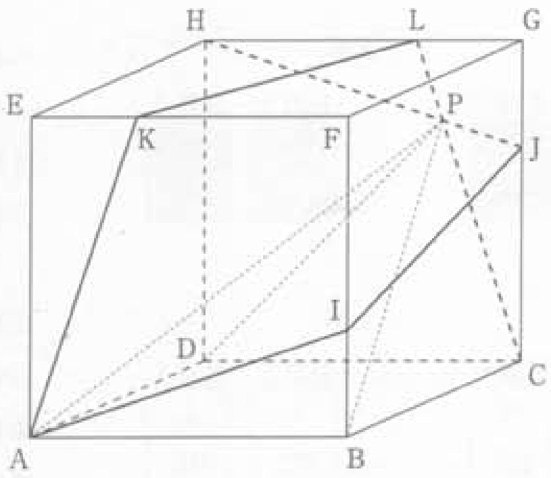
(ア)　線分ILの長さを求めなさい。

(イ)　この四角柱において，点Pは点Cを出発し，線分CL上を点Lに向かって進む。

右の図2は，点Pが線分CLと線分HJとの交点の位置にあるときの図である。

このとき，正方形ABCDを底面とし，点Pを頂点とする四角すいの体積を求めなさい。

図2

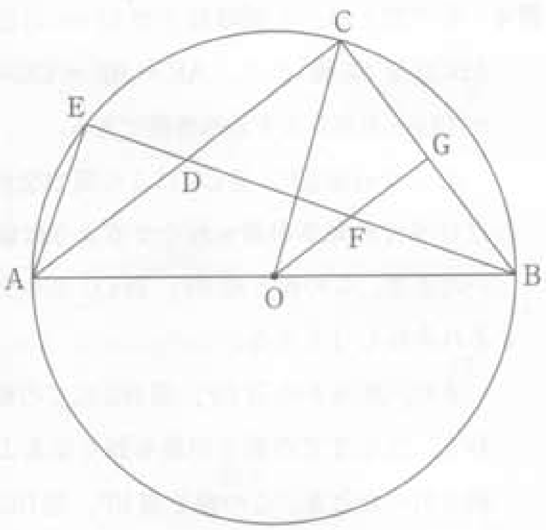


問 5　右の図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点Cをとり，線分AC上に2点A，Cとは異なる点Dをとる。

また，線分BDの延長と円Oとの交点で，点Bとは異なる点をEとする。

さらに，∠BOCの二等分線と線分BE，線分BCとの交点をそれぞれF，Gとする。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　三角形ADEと三角形BFGが相似であることを証明しなさい。

(イ)　円Oの半径が5cmで，AD＝DC＝4cmのとき，線分AEの長さを求めなさい。

問6　片方の面が白色で，もう片方の面が灰色であり，どちらの面にも何も書かれていないカードが50枚ある。

これらのカード50枚を，図1のように，白色の面を上にし，それぞれが重ならないようにして横一列に並べて置く。このとき，左から，1番目のカードを1枚目のカード，2番目のカードを2枚目のカードとし，このように何枚目のカードかを決める。カードは50枚あるので，一番右にあるカードは50枚目のカードとなる。

図1

まず，図2のように，図1のすべてのカードの白色の面に，1枚目から順に50枚目まで，1から始まる連続する1以上の奇数を1つずつ書いたところ，50枚目のカードの白色の面に書かれた数は99となった。

図2

次に，図2のすべてのカードをそのままの位置で裏返し，図3のように，それらのカードの灰色の面に，50枚目から順に1枚目まで，101から始まる連続する101以上の奇数を1つずつ書いたところ，1枚目のカードの灰色の面に書かれた数は199となった。

図3

さらに，図4のように，図3のすべてのカードの灰色の面に，すでに書かれた数と区別できるように，1枚目から順に50枚目まで，2から始まる連続する2以上の偶数を1つずつ書いたところ，50枚目のカードの灰色の面に新たに書かれた数は100となった。

図4

そして，図4のすべてのカードをそのままの位置で裏返し，図5のように，それらのカードの白色の面に，すでに書かれた数と区別できるように，50枚目から順に1枚目まで，102から始まる連続する102以上の偶数を1つずつ書いたところ，1枚目のカードの白色の面に新たに書かれた数は200となった。

図5

このとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　あるカードの白色の面に書かれた2つの数について，小さい方の数が17で割り切れ，大きい方の数が3で割り切れるとき，このカードの白色の面に書かれた2つの数を求めなさい。

(イ)　あるカードの白色の面に書かれた2つの数について，大きい方の数と小さい方の数の差が75のとき，このカードの灰色の面に書かれた2つの数を求めなさい。

(問題は，これで終わりです。)